



**INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA**

# **ABC DO MULTÍMETRO**

**1ª Edição**

**Mário Alves (malves@dee.isep.ipp.pt)  
Departamento de Engenharia Electrotécnica  
Fevereiro de 1999**



## **Prefácio**

O Homem está cada vez mais dependente de sistemas controlados por circuitos eléctricos e electrónicos. Os automóveis actuais, por exemplo, dispõem de inúmeros sistemas controlados por circuitos eléctricos e electrónicos, desde o sistema de ignição e de injeção até ao sistema de travagem, passando pelo sistema de carga, sistema de arranque, sistema de navegação, sistema de alarme e muitos outros. As máquinas industriais são controladas por circuitos electrónicos, nomeadamente para accionar os circuitos hidráulicos e pneumáticos e para controlar a velocidade e o binário dos motores eléctricos. Se pensarmos um pouco, verificamos que, hoje em dia, os circuitos eléctricos e electrónicos estão presentes em grande parte dos sistemas que nos rodeiam, quer sejam de utilização mais corrente, como seja uma máquina lavar louça, um televisor ou uma escada rolante até sistemas mais complexos, como um veículo robótico ou uma nave espacial.

Torna-se então fundamental a existência de ferramentas que sirvam de apoio ao projecto, implementação, validação, utilização e manutenção destes sistemas. Uma das ferramentas mais utilizadas para este efeito é o multímetro, dada a sua versatilidade e baixo custo. Um multímetro mede normalmente tensão e corrente contínuas e alternadas e também resistência eléctrica, mas poderá medir capacidade de condensadores, frequência, tensão de polarização de díodos, ganho (em malha aberta) de transístores e outras grandezas. Com o transdutor adequado, o multímetro poderá medir “qualquer” grandeza, tal como temperatura, pressão, velocidade ou humidade. Diversos fabricantes disponibilizam dispositivos adicionais (que se ligam directamente ao aparelho) para medir diversas grandezas, usando um multímetro “básico”.

Quando não é necessária uma análise gráfica do sinal eléctrico, o multímetro é preferido ao osciloscópio, dada a diferença de preço. Enquanto que um multímetro “básico” (de incerteza na ordem de 1-3%) anda na ordem dos 10-20 contos, um osciloscópio “básico” (baixa largura de banda, incerteza na ordem de 3%) andar na casa dos 80 a 120 contos.

Começam por definir-se, no primeiro capítulo, os três passos fundamentais para efectuar uma medição com um multímetro. No capítulo seguinte, tenta-se esclarecer alguma confusão existente quanto à classificação dos instrumentos de medição, nomeadamente acerca dos conceitos de “analógico” e “digital”.

A compreensão da constituição básica de um amperímetro, de um voltímetro e de um ohmímetro é extremamente importante para uma utilização correcta do instrumento, tanto na medição de tensões e correntes contínuas, como na medição de tensões e correntes alternadas. Justifica-se também porque é que, em muitos sistemas actuais, é necessário utilizar um multímetro de verdadeiro valor eficaz para medir “correctamente” o valor eficaz de uma tensão ou corrente. Para este efeito, é explicada a diferença entre os multímetros “convencionais” (determinam o valor eficaz baseados na média) e os multímetros de verdadeiro valor eficaz. Estas matérias são desenvolvidas nos capítulos 3, 4 e 5.

A forma como a inserção de um amperímetro ou de um voltímetro altera as condições de um circuito é tratada no 6º capítulo. Todos os instrumentos têm uma dada incerteza na medição, pelo que o multímetro não foge à regra. A forma de determinar o intervalo de incerteza numa dada medição é explicada no capítulo 7, tanto para multímetros analógicos como para multímetros digitais. O capítulo 8 explica como podemos “ultrapassar” os limites de tensão e corrente permitidos, num dado multímetro, se dispusermos do equipamento apropriado e se respeitarmos todas as regras de segurança. Por último, apresentam-se os símbolos mais utilizados nos multímetros.



# ÍNDICE

1. TRÊS PASSOS PARA A MEDIÇÃO .....	3
1º - Ter uma Ideia do Valor da Grandeza .....	3
2º - Instrumento que temos = Instrumento que precisamos?.....	3
3º - Proceder à medição.....	4
2. CLASSIFICANDO OS INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO.....	5
2.1. Instrumentos Analógicos/Digitais.....	5
2.2. Electrónica Analógica/Digital.....	6
2.3. Multímetro = Voltímetro + Amperímetro + Ohmímetro + ... ..	8
2.4. Instrumentação Real/Virtual.....	10
3. CONSTITUIÇÃO BÁSICA DE UM AMPERÍMETRO, VOLTÍMETRO E OHMÍMETRO .....	16
3.1. Montagem de um Amperímetro.....	16
3.2. Montagem de um Voltímetro.....	17
3.3. Montagem de um Ohmímetro .....	17
4. MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS.....	21
4.1. Características de uma Grandeza Alternada Sinusoidal .....	21
4.2. Necessidade de Rectificação.....	24
5. MULTÍMETROS DE VERDADEIRO VALOR EFICAZ (TRMS) .....	27
5.1. Necessidade.....	27
5.2. Princípio de Funcionamento .....	29
5.3. Verificação Matemática .....	30
6. EFEITO DE CARGA DE UM AMPERÍMETRO E DE UM VOLTÍMETRO .....	36
6.1. Determinação da Resistência Interna .....	36
6.2. Exemplo do Efeito de Carga.....	37
6.3. Efeito de Carga em Termos Genéricos.....	38
7. INCERTEZA NA MEDIÇÃO... ..	41
7.1. ... nos Voltímetros e Amperímetros Digitais.....	41
7.2. ... nos Voltímetros e Amperímetros Analógicos .....	43
8. MEDIÇÃO DE CORRENTES E TENSÕES ELEVADAS .....	46
8.1. Medição de Correntes Elevadas.....	46
8.2. Medição de Tensões Elevadas .....	49
9. SÍMBOLOS MAIS UTILIZADOS... ..	51
9.1. ... para definir o princípio de funcionamento,.....	51
9.2. ... para definir o sistema de corrente,.....	52
9.3. ... para definir a posição de trabalho,.....	52
9.4. ... para definir o ensaio do isolamento eléctrico, .....	52
9.5. ... para definir a categoria de sobretensão, .....	53
9.6. ... para definir a incerteza de medição,.....	54
9.7. ... para definir a resistência interna, .....	54
9.8. ... para definir outras características.....	54
10. REFERÊNCIAS .....	56



# 1. TRÊS PASSOS PARA A MEDIÇÃO

O objectivo deste capítulo é ensinar, de uma forma simples, segura e eficaz, quais os três passos fundamentais para se efectuar uma medição de tensão ou corrente eléctricas:

**1º - Ter uma ideia do valor da grandeza.**

**2º - Instrumento que temos = Instrumento que precisamos?**

**3º - Proceder à medição**

## 1º - Ter uma Ideia do Valor da Grandeza

Uma regra fundamental em metrologia, nomeadamente na medição de grandezas eléctricas, é que **nunca se procede a uma medição sem ter uma ideia (mesmo que aproximada) do valor da grandeza que se pretende medir**. Isto poderá evitar a ocorrência de consequências nocivas para pessoas, equipamento e meio ambiente.

Isto pode ser conseguido tendo em conta o tipo de fonte de alimentação que está em jogo, bem como a potência dos receptores.

Imaginemos por exemplo que pretendermos medir a corrente consumida por duas lâmpadas da mesma potência nominal - 60 W, uma usada num candeeiro em nossa casa e outra utilizada no nosso automóvel como farol de máximo. É fácil de perceber que vai haver uma diferença substancial entre o valor das duas correntes. A corrente consumida pelo candeeiro vai “andar à volta de”  $I = P/U = 60/230 = 0,26$  A, enquanto que a corrente consumida pelo farol de máximo será “aproximadamente de”  $I = P/U = 60/12 = 5$  A.

Claro que uma coisa é “ter uma ideia do valor” de uma grandeza, outra coisa é medi-la, com maior ou menor exactidão. É para isso que utilizamos os instrumentos de medição: para confirmar o valor de uma grandeza, para determinar o valor de uma grandeza com maior exactidão.

## 2º - Instrumento que temos = Instrumento que precisamos?

É fundamental verificar se o instrumento de medição de que dispomos é adequado à medição que pretendemos efectuar, fundamentalmente em quatro aspectos:

### 1. Mede a grandeza pretendida?

É mais que trivial que se pretendemos medir uma dada grandeza, o instrumento de medição tem de permitir medir essa grandeza. No caso particular da medição de tensão e corrente eléctricas, é fundamental ainda saber se o instrumento mede grandezas contínuas e/ou alternadas e se eventualmente permite medir o verdadeiro valor eficaz de um dado sinal de tensão ou corrente (ver ‘9.2. ... para definir o sistema de corrente,’).

### 2. Tem o alcance necessário?

É também lógico que o instrumento deve ter o alcance (valor máximo numa dada escala) adequado à medição que pretendemos efectuar. Isto aplica-se tanto nos casos em que o alcance é inferior ao valor que pretendemos medir, como aos casos em que o alcance é muito superior ao valor medido. O primeiro caso é mais fácil de perceber, pois não podemos medir uma corrente de 30 A com um amperímetro que permite apenas

medir até 10 A. No segundo caso, trata-se de um problemas de sensibilidade e resolução do instrumento. É óbvio que, se dispusermos de um amperímetro que mede até 10 A (quer seja analógico ou digital), se formos medir correntes na ordem dos  $\mu\text{A}$  ou mesmo mA, não vamos obter qualquer desvio do ponteiro, no caso de um instrumento analógico, nem um número aceitável de algarismos significativos (se tivermos algum), no caso de um instrumento digital.

### 3. Respeita a categoria de sobretensão necessária?

Devemos observar qual a categoria de sobretensão do instrumento, de forma a garantirmos uma total segurança na sua utilização (ver '9.5. ... para definir a categoria de sobretensão,'). Os circuitos eléctricos, dependendo da sua natureza, podem estar mais ou menos sujeitos ao aparecimentos de sobretensões (tensões muito mais elevadas do que as nominais). O isolamento eléctrico do instrumento poderá então não ser suficiente para proteger o utilizador no caso de este estar a efectuar uma medição de tensão. Devemos portanto respeitar a categoria de sobretensão referida no mostrador, ou parte frontal do instrumento, bem como no seu manual de utilização.

### 4. Tem a exactidão necessária?

A exactidão de um instrumento de medição é sem dúvida o factor mais importante no seu preço. Dependendo do intervalo de incerteza que consideramos aceitável no resultado, o instrumento poderá ser adequado, inadequado, ou mesmo "bom de mais". Enquanto que os multímetros mais utilizados têm uma incerteza na ordem dos 1% - 3%, custando entre 10 e 30 contos, se pretendermos incertezas na ordem dos 0,1% - 0,3% poderemos pagar cerca de 10 vezes mais! Não tem interesse gastar muito dinheiro num instrumento que não vai ver todas as suas potencialidades (qualidades metrológicas) aproveitadas...

## 3º - Proceder à medição

Este terceiro e último passo engloba todas **as operações necessárias na execução de uma dada medição**. Fazem parte destas operações a montagem do circuito eléctrico adequado à aplicação do método de medição pretendido, tendo em conta aspectos como a ligação correcta do instrumento de medição (nomeadamente a escolha correcta dos terminais, escala e polaridade) e a determinação do intervalo de incerteza, de forma a apresentar correctamente o resultado da medição.



## 2. CLASSIFICANDO OS INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO

É fundamental, antes de fazer qualquer consideração sobre o funcionamento dos multímetros, esclarecer alguns conceitos relacionados com os instrumentos de medição, conceitos esses que os leigos não conhecem e que raramente estão claros nas mentes dos técnicos especializados nas áreas de electrotecnia/electrónica. Para elaborar este capítulo, foi fundamental a consulta do Vocabulário Internacional de Metrologia ([IPQ, 1996]), editado na nossa língua pelo Instituto Português da Qualidade.

Um **instrumento de medição** é um dispositivo destinado à execução da medição, isolado ou em conjunto com outros equipamentos suplementares. Um instrumento de medição pode fazer parte de um **sistema de medição**, que representa o conjunto completo de instrumentos de medição e outros dispositivos montados para executar uma medição específica.

No caso de um sistema de medição estar permanentemente instalado, este é chamado de **instalação de medição**. Um exemplo poderá ser um laboratório de controlo da qualidade numa fábrica, onde se procede à inspecção e teste de um dado produto.

Se um instrumento de medição envolve tecnologia eléctrica ou electrónica, ou seja, se inclui circuitos com componentes eléctricos (resistências, bobinas, condensadores, etc.) e/ou electrónicos (díodos, transístores, tirístores, etc.), ele é denominado de **instrumento de medição eléctrico/electrónico**.

### 2.1. Instrumentos Analógicos/Digitais

Quando se classifica um instrumento de medição como analógico ou digital deve ter-se em conta a forma de apresentação do sinal de saída ou da indicação e não o princípio de funcionamento do instrumento:

- Num **instrumento de medição analógico**, o sinal de saída ou indicação é uma função contínua do valor da mensuranda ou do sinal de entrada.

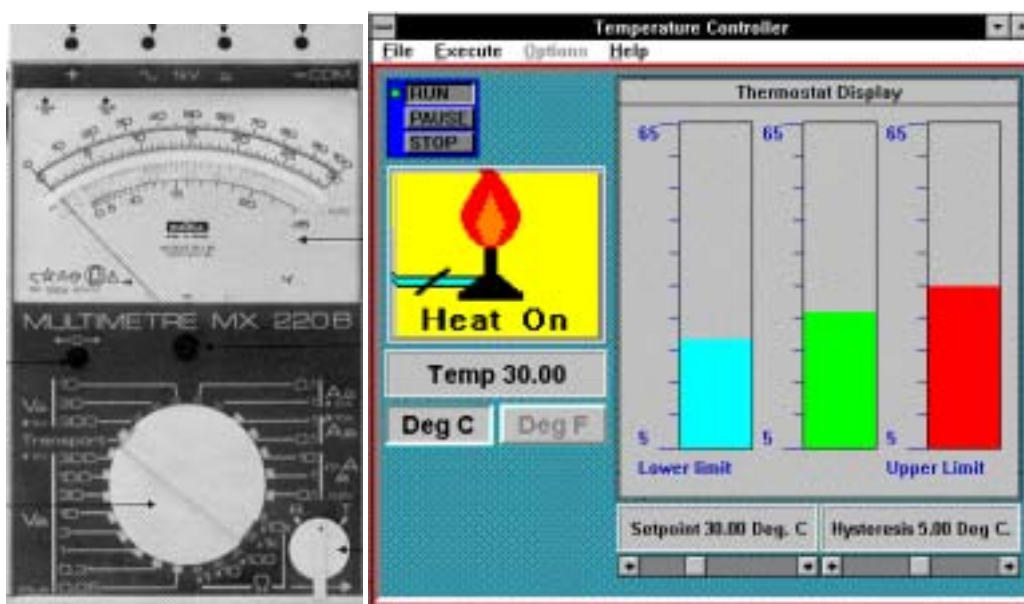


Figura 1: Instrumentos analógicos (multímetro “real” e termómetro “virtual”) ([Instr, 1998])

- Um **instrumento de medição digital** apresenta o sinal de saída ou a indicação sob a forma digital (numérica).

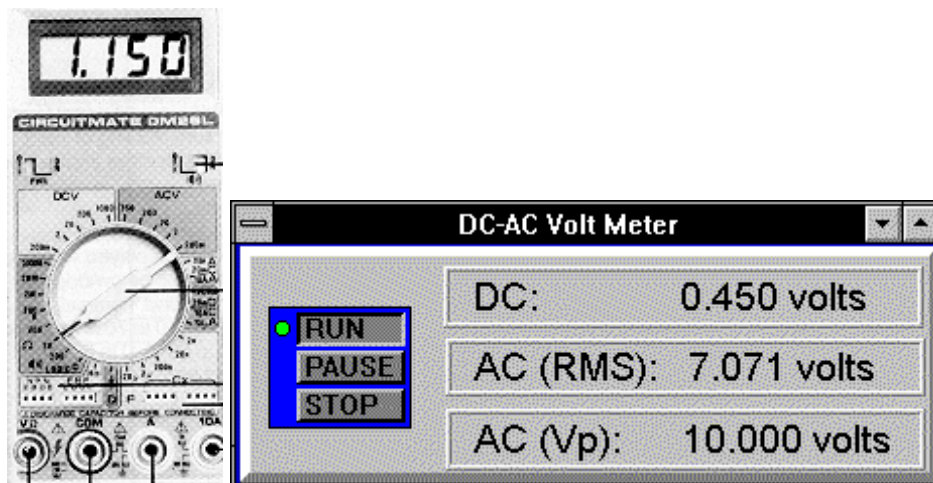


Figura 2: Instrumentos digitais (multímetro “real” e voltímetro “virtual”) ((Instr, 1998))

Consideremos os seguintes exemplos para uma melhor compreensão:

- Podemos ter instrumentos de medição digitais com princípio de funcionamento puramente mecânico, tal como um contador de água, onde existe uma indicação digital a quantidade de metros cúbicos consumidos e uma indicação analógica que representa o caudal de água. Um relógio mecânico apresenta normalmente uma indicação analógica (horas, minutos e segundos) e uma indicação digital (dia do mês).
- O painel de instrumentos de um automóvel contém normalmente instrumentos analógicos e digitais: o velocímetro, o conta-rotações e o nível do reservatório de gasolina são normalmente analógicos e os conta-quilómetros total e parcial são normalmente digitais.

## 2.2. Electrónica Analógica/Digital

É também importante eliminar uma possível confusão com os conceitos de electrónica analógica e electrónica digital. O que distingue um circuito eléctrico de um circuito electrónico é que o segundo envolve a utilização de dispositivos semicondutores, tais como transístores, díodos e tirístores, além da utilização de dispositivos eléctricos (resistências, condensadores, indutâncias, etc.),

A electrónica analógica distingue-se da electrónica digital, pois num circuito digital a informação é em algum sítio convertida para digital (dois níveis apenas). É cada vez maior o número de sistemas com circuitos digitais, dada a utilização cada vez mais vulgarizada de microprocessadores, desde os electrodomésticos (máquina de lavar louça, televisão, telefone, aparelhagem de som) a relógios, unidades de controlo dos automóveis, sistemas de alarme, sistemas de controlo industrial, etc. Um caso típico de um circuito de electrónica analógica é um rádio FM.

Devemos então distinguir o tipo de indicação (analógica ou digital) do princípio de funcionamento de um instrumento de medição eléctrico/electrónico (analógico ou digital). São clarificadores os seguintes exemplos:

- Um contador de energia eléctrica não contém nenhuma electrónica digital, no entanto a indicação (número de kW.h) é digital.
- Um relógio “digital” (ou seja, com electrónica digital) poderá dar uma indicação analógica (através de um mostrador de cristais líquidos onde aparecem os ponteiros).
- Os osciloscópios são normalmente classificados como analógicos ou “digitais”, de acordo com o seu princípio de funcionamento (o digital recolhe amostras do sinal, que converte em palavras de bits). No entanto, ambos dão uma indicação analógica, ou seja, ambos mostram a evolução do sinal de entrada ao longo do tempo. Claro que um osciloscópio digital, dadas as suas potencialidades, também poderá apresentar algumas indicações digitais, tal como a frequência do sinal ou o seu valor eficaz. A figura seguinte demonstra claramente essa característica:

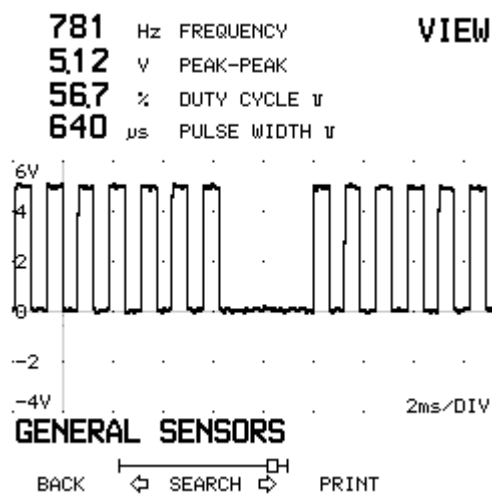


Figura 3: Osciloscópio “digital” com indicações analógica e digitais (Fluke, 1998)

- Um multímetro dito “digital” (ou seja, com electrónica digital) poderá dar uma indicação analógica (através de uma barra no mostrador de cristais líquidos que aumenta ou diminui com o valor da grandeza medida):

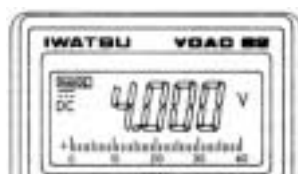


Figura 4: Multímetro com indicações analógica e digital

- Da mesma forma, um analisador de harmónicos “digital” poderá misturar indicações analógicas (barras com a amplitude de cada harmónico e o indicador analógico no canto superior esquerdo do monitor) com indicações digitais (6,12 A, por exemplo):

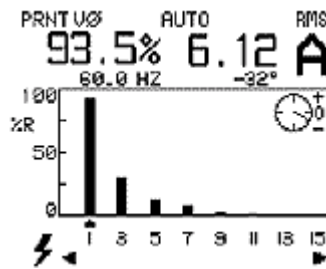


Figura 5: Analisador de harmónicos (Fluke, 1998)

Deve ainda ser referido que os instrumentos de medição analógicos, ao contrário dos que pensam que estes estão antiquados ou obsoletos, continuam a ter uma grande utilização. Nomeadamente nos sistemas de segurança crítica, onde a ocorrência de uma falha pode originar consequências catastróficas para pessoas, bens materiais ou para o meio ambiente, a grande maioria dos instrumentos são analógicos.

Porquê este interesse dos instrumentos analógicos? Porque a percepção da quantidade e da tendência crescente ou decrescente da grandeza é muito mais rápida do que no caso duma indicação digital. Vejamos exemplos disso:

- Num automóvel, o velocímetro e o conta-rotações são sempre analógicos (salvo raras excepções). A maior preocupação do automobilista é conduzir o automóvel em segurança, pelo que, apenas lhe interessa ter uma ideia aproximada do valor da velocidade (se vai a mais ou menos de 90 km/h, por exemplo) e do regime de rotação do motor (se já atingiu “o vermelho”, por exemplo). Sendo instrumentos analógicos o condutor consegue efectuar essas operações em décimos de segundo, sendo mais demoradas se a indicação fosse digital.
- No caso dos aviões, mais uma vez apesar de estes incorporarem as mais avançadas (e mais caras) tecnologias, a instrumentação de bordo (altímetro, atitude, nível do reservatório de combustível, etc.) é praticamente toda analógica.
- O mesmo se passa nas salas de controlo das centrais produtoras e nas subestações de energia eléctrica, na maior parte das máquinas industriais, etc.

Obviamente que estes assuntos são alvo de estudo aprofundado nas ciências da ergonomia e da psicologia, pelo que não se enquadram no âmbito deste trabalho.

### 2.3. Multímetro = Voltímetro + Amperímetro + Ohmímetro + ...

O nome normalmente atribuído aos instrumentos de medição classifica-os quanto às grandezas que medem. Referem-se aqui alguns exemplos de instrumentos de medição que envolvem circuitos eléctricos ou electrónicos, bem como a grandeza a que se destinam:

Nome do Instrumento	Grandeza Medida
Busca-pólos	Tensão eléctrica
Voltímetro	Tensão eléctrica
Amperímetro	Corrente eléctrica

Ohmímetro	Resistência eléctrica
Multímetro	Diversas grandezas eléctricas
Capacímetro	Capacidade
Frequencímetro	Frequência
Fasímetro	Fase ( $\cos \varphi$ )
Wattímetro	Potência activa
Varímetro	Potência reactiva
Contador	Energia eléctrica
Ponte de Wheatstone	Resistência eléctrica
Ponte RLC	Resistência, indutância e capacidade
Potenciómetro	Tensão eléctrica (usando uma pilha padrão)
Osciloscópio	Análise temporal de sinais analógicos
Analizador Lógico	Análise temporal de sinais digitais
Analizador de Espectro	Análise espectral (frequências) de sinais (analógicos ou digitais)
Pinça Amperimétrica	Grandes correntes, sem interromper o circuito.
Analizador de Redes	Detecção de circuitos abertos, curto-circuitos, com localização (distância) da falha.
Medidor de Campo	Intensidade do campo electromagnético
Barómetro	Pressão
Luxímetro	Intensidade luminosa
Termómetro	Temperatura
Paquímetro	Comprimento

Existe no entanto, outro equipamento que pode ser necessário num sistema de medição:

<b>Nome do Instrumento</b>	<b>Grandeza Medida</b>
Calibrador	Gera e mede diversas grandezas eléctricas, permitindo efectuar a

	calibração de diversos instrumentos.
Fonte de Alimentação	Tensão/corrente, CC/CA
Gerador de Sinais	Programáveis/não programáveis
Caixas de Décadas	Resistência, capacidade, indutância
Padrões de Medição	Tensão (pilha padrão), resistência, capacidade, indutância, etc.

## 2.4. Instrumentação Real/Virtual

Os instrumentos de medição podem classificar-se de “reais” ou “virtuais”, de acordo com a distribuição funcional das componentes da cadeia de instrumentação e controlo:

- Os **instrumentos de medição reais** são os instrumentos ditos “chave-na-mão” ou comerciais, que incorporam num só aparelho todos os blocos da cadeia de instrumentação e controlo necessários ao seu funcionamento (medição de uma dada grandeza), desde a transdução até à indicação. É o caso de um multímetro.
- Os **instrumentos de medição virtuais** englobam alguns ou todos os blocos da cadeia de instrumentação e controlo num computador. São também chamados de sistemas de aquisição de dados baseados em computador.

### Tipos de Instrumentos Virtuais

Os instrumentos de medição virtuais poderão ser de dois tipos fundamentais:

1. O computador tem uma placa de aquisição de dados incorporada
2. O computador tem uma placa de comunicação que o liga a um ou mais instrumentos de medição (também com facilidades de comunicação)

É a seguir apresentado um exemplo que servirá para esclarecer estes conceitos:

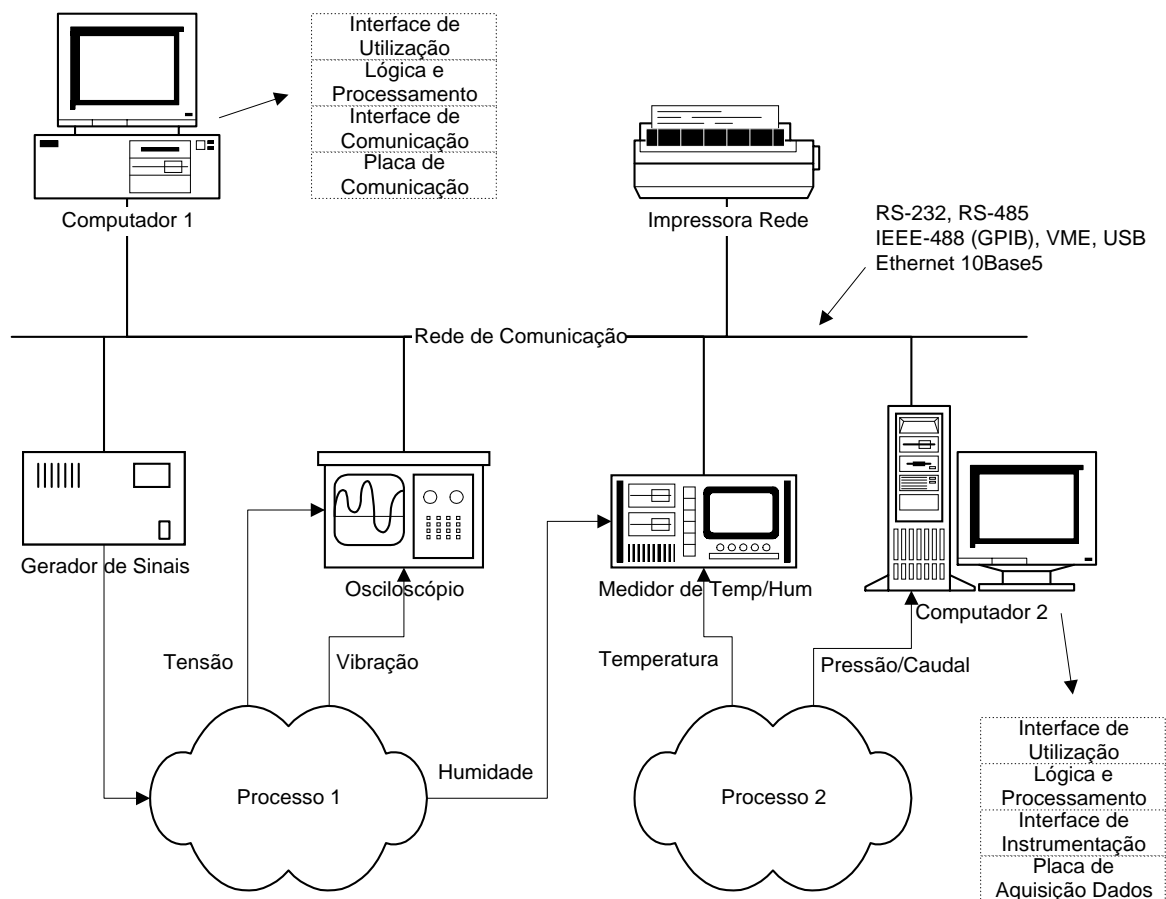


Figura 6: Sistema de Instrumentação (medição) Virtual

Existem dois processos - *Processo 1* e *Processo 2*, que podem representar sistemas tão diversos como uma máquina-ferramenta, uma oficina de pintura, um sistema de gestão de tráfego com semáforos e um motor térmico. O que é importante realçar é a necessidade de medir o valor de diversas variáveis desses processos.

O *Computador 1* apenas tem facilidades de comunicar com os instrumentos que realmente efectuam as medições (*Osciloscópio* e *Medidor de Temperatura/Humidade*), bem como com o *Gerador de Sinais*. Esta comunicação poderá ser dos tipos:

- Ponto-a-ponto: é o caso dos protocolos RS-232 (porta série dos PCs), RS-485, porta paralela dos PCs.
- Difusão: as mensagens são difundidas entre o computador e os instrumentos, normalmente através de um barramento tipo USB (Universal Serial Bus), IEEE-488 (GPIB - General Purpose Interface Bus), VME, VXI ou Ethernet 10Base5.

As ligações ponto-a-ponto, embora mais baratas, têm diversas desvantagens, tais como a fraca fiabilidade, a baixa velocidade de transmissão de dados e o facto de se necessitar de um cabo para cada ligação que se pretende efectuar.

A figura seguinte dá um exemplo de um sistema de instrumentação virtual baseado num computador portátil que comunica com um sistema de aquisição de dados (e não com um instrumento “chave-na-mão”, como um osciloscópio) via um barramento USB (*Universal Serial Bus*):



Figura 7: Instrumento virtual utilizando USB (IOTech, 1998)

O *Computador 2*, dispendo de uma *Placa de Aquisição de Dados* (por exemplo do tipo da Figura 8), pode medir directamente o valor de uma dada grandeza (no exemplo, pressão e caudal), apenas necessitando adicionalmente de transdutores e condicionamento de sinal adequados.

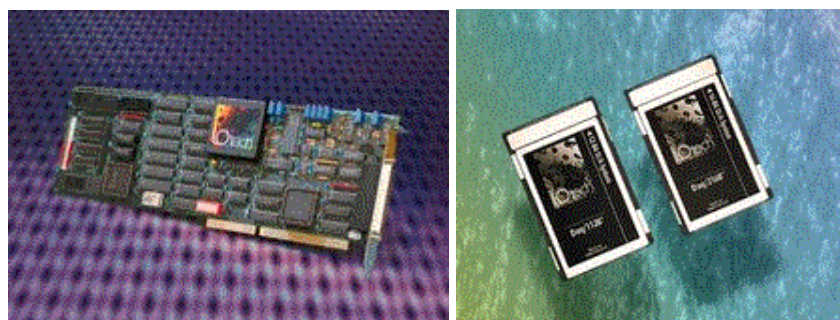


Figura 8: Placas de aquisição de dados (IOTech, 1998)

Ambos os computadores dispõem de uma *Interface de Utilização*, que representa virtualmente o instrumento de medição. Nessa interface poderão existir janelas com indicações analógicas, digitais, gráficos de evolução temporal de sinais, listas de acontecimentos, avisos e alarmes, menus com variadas funções, nomeadamente a possibilidade de modificar determinados parâmetros de funcionamento dos instrumentos (mudar de escala num multímetro ou variar a base de tempo de um determinado canal de entrada, num osciloscópio, por exemplo).



A figura seguinte apresenta diversos tipos de funcionalidades de uma *Interface de Utilização*:

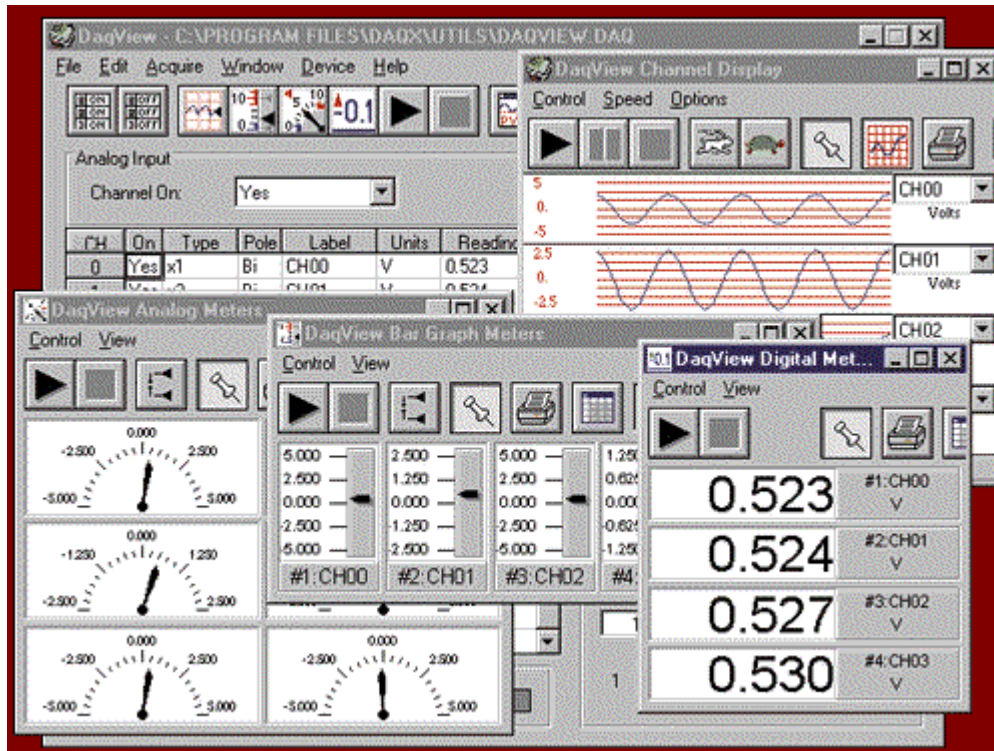


Figura 9: Interface de Utilização de um instrumento virtual (IOTech, 1998)

Nesta *Interface de Utilização* podemos ver indicações analógicas (ponteiros, à esquerda, em baixo), indicações digitais (valores de tensão, à direita, em baixo), gráficos de barras (centro), gráficos de evolução temporal (à direita, em cima) bem como comandos para diversas funcionalidades.

A camada de *Lógica e Processamento*, em ambos os computadores, representa a parte do *software* que executa a sequência lógica da aplicação (*if, then, while, do, etc.*) e executa processamento dos dados que são adquiridos pelo computador (descodificação desses dados, aplicação de funções matemáticas tais como cálculo de médias e das componentes frequenciais dos sinais, etc.).

As duas camadas inferiores da hierarquia diferem do *Computador 1* para o *Computador 2*. O primeiro, dado que dispõe de uma *Placa de Comunicação*, necessita de uma interface (*driver*) de software que permita uma fácil utilização da *Placa de Comunicação* para comunicar com outros equipamentos: estamos a falar da *Interface de Comunicação*. Esta interface disponibiliza para as camadas superiores funções (de fácil utilização) para poder receber e transmitir dados de e para os outros equipamentos.

O *Computador 2*, dado que dispõe de uma *Placa de Aquisição de Dados*, necessita de uma interface que permita uma fácil utilização das funcionalidades da *Placa de Aquisição de Dados*: estamos a falar da *Interface de Instrumentação*. Esta interface disponibiliza para as camadas superiores funções (de fácil utilização) para poder adquirir dados (ler entrada número 1) e configurar determinados parâmetros da própria placa (a entrada número 1 vai efectuar duas amostras do sinal por segundo).

## Instrumentos Reais vs. Instrumentos Virtuais

Analisemos agora as vantagens e inconvenientes dos instrumentos reais e virtuais quanto a certas características:

- **Custo vs. Benefício**

Na maioria das aplicações, apenas necessitamos de um instrumento “chave-na-mão” (real), pelo que não se justificaria a utilização de um sistema de medição virtual, baseado em computador. Os custos de um sistema de medição virtual, sendo obviamente mais caros, dividem-se fundamentalmente em (em termos de manutenção não há grandes diferenças):

- **custos de aquisição:** dado que é necessário adquirir um computador, por vezes *hardware* específico para o computador (placa GPIB, por exemplo), *software* para o desenvolvimento da aplicação de instrumentação virtual (Visual Basic, LabWindows, etc.), um meio físico de comunicação (barramento GPIB, por exemplo).

- **custos de desenvolvimento:** o desenvolvimento da aplicação de instrumentação virtual, incluindo a lógica do programa e o processamento de dados, bem como a interface de utilização, sendo um trabalho especializado, vai custar tempo e dinheiro.

Por outro lado, se se pretenderem certas características de análise/processamento de dados ou de interface com o utilizador para um instrumento real, isso pode custar muito caro ou ser mesmo impossível. Pelo contrário, isso poderá ser levado a cabo através da utilização de um computador (instrumento virtual).

- **Flexibilidade (Capacidade de Alteração e Evolução)**

Quem concebe o instrumento virtual pode adaptar as funcionalidades de análise/processamento de dados e de interface com o utilizador a cada aplicação e utilizador em concreto.

O *software* (instrumento virtual) é muito mais fácil de alterar/evoluir do que o *hardware* (instrumento real). A actualização/evolução de um instrumento virtual é mais fácil, tanto em termos da capacidade de análise/processamento de dados (por exemplo, pode ser necessário adicionar análise espectral a um osciloscópio virtual), como em termos de tempo de execução (o *hardware* dos computadores evolui muito mais depressa do que o seu preço).

- **Interface de Utilização**

Um instrumento virtual pode ser personalizado de forma a ser utilizado em aplicações específicas. Por exemplo, os instrumentos reais com muitas potencialidades são normalmente de utilização bastante complexa., Esse instrumento complexo pode ser “transformado” num instrumento (virtual) mais “amigável”, através de uma interface com o utilizador mais ergonómica (bonita, funcional, simples de utilizar, na língua de origem do utilizador, etc.).

- **Armazenamento de Informação**

Inerente à utilização de um computador está a possibilidade de armazenamento e posterior leitura de informação (sinais, parâmetros de configuração, etc.),

possivelmente num formato comum, utilizando por exemplo um sistema de gestão de bases de dados como o *MSAccess*.

- **Ambiente de Utilização**

O instrumento virtual pode (e deve) ser desenvolvido assente num sistema operativo bem conhecido, como por exemplo o *MSWindows*. Isto permite que o utilizador se adapte facilmente à aplicação que representa o instrumento virtual (funcionamento similar das janelas, das funções, dos menus, das caixas de diálogo, etc.). Quem concebe o instrumento virtual pode utilizar ferramentas de desenvolvimento de aplicações bem conhecidas, tais como o *Visual Basic*, o *Turbo C*, o *Turbo Pascal*, o *LabWindows*, o *LabView* ou o *Excel*, para desenvolver módulos de *software* (principais ou adicionais), possivelmente e no caso do *MSWindows* utilizando DDE (*Dynamic Data Exchange*) para facilmente poderem comunicar entre si.

- **Medição Remota/Distribuída (Telemetria)**

Um ou mais computadores podem monitorizar/controlar vários instrumentos de medição ou outros equipamentos. Isto permite:

- que um operador esteja a monitorizar um processo a partir de um laboratório ou sala de controlo, muitas vezes distante da localização física do processo (planta fabril, rede de energia eléctrica, sistema de domótica);
- a disponibilidade de informação de diversos instrumentos/processos em apenas um computador, possibilita uma melhor monitorização e/ou controlo do sistema global.

- **Performance**

A análise de certas grandezas que variam muito depressa, em tempo-real (a análise/processamento do sinal tem de ser feito à medida que o sinal acontece, não posteriormente), implica que a instrumentação utilizada tenha uma grande velocidade de aquisição, processamento e eventualmente até de visualização. Um instrumento virtual poderá não ter capacidade de desempenho suficiente para atingir esses objectivos (devido, por exemplo, aos atrasos nas comunicações entre instrumentos e computador). Por exemplo, existem osciloscópios “digitais” de largura de banda igual a 1 GHz (o que lhes permite visualizar sinais com variações até  $10^9$  ciclos por segundo). Não existe, pelo menos do conhecimento do autor, nenhuma placa de aquisição de dados que atinja essa velocidade de aquisição.

### 3. CONSTITUIÇÃO BÁSICA DE UM AMPERÍMETRO, VOLTÍMETRO E OHMÍMETRO

Tanto um amperímetro, como um voltímetro, como um ohmímetro podem ser obtidos a partir de um aparelho que mede corrente (AMC) em associação com resistências eléctricas. Um AMC poderá ser por exemplo um galvanómetro, um amperímetro (digital ou analógico) ou um microamperímetro. A única questão é, dependendo do AMC e do alcance que pretendemos, dimensionar convenientemente as resistências a associar (em série e/ou em paralelo).

Para o dimensionamento de um amperímetro, de um voltímetro e de um ohmímetro, é fundamental conhecer a resistência do AMC.

#### 3.1. Montagem de um Amperímetro

Para obtermos os vários alcances de um amperímetro, apenas temos de escolher as resistências adequadas a colocar em paralelo com o AMC, isto é, qualquer resistência em paralelo com o AMC desvia corrente deste. É importante considerar que o AMC tem uma dada corrente máxima admissível que o pode percorrer, e que, como o próprio nome indica, não deve ser ultrapassada, sob risco de danificação do AMC.

Se a resistência, normalmente designada de resistência de *shunt*, desvia alguma corrente do AMC, isto significa que no conjunto AMC - resistência de *shunt* poderá passar uma corrente superior à corrente máxima suportada pelo AMC. A relação entre o valor da resistência interna do AMC e da resistência de *shunt* ditará o factor multiplicador do *shunt*, isto é, quantas vezes é que a corrente total (do conjunto) será superior à corrente máxima admissível no AMC).

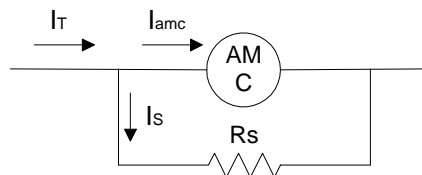


Figura 10: Montagem de um amperímetro

As equações que regem o circuito permitem chegar à relação entre a corrente que percorre o AMC ( $I_{AMC}$ ) e a corrente total ( $I_T$ )

$$I_T = I_{AMC} + I_S \wedge R_{AMC} \cdot I_{AMC} = R_S \cdot I_S \Rightarrow$$

$$I_S = \frac{R_{AMC}}{R_S} I_{AMC} \wedge I_T = I_{AMC} + \frac{R_{AMC}}{R_S} I_{AMC} \Rightarrow$$

$$I_T = I_{AMC} \cdot \left( 1 + \frac{R_{AMC}}{R_S} \right)$$

*m* - poder multiplicador do shunt ou factor multiplicador do shunt. É o valor pelo qual se deve multiplicar a indicação de corrente do AMC para se obter a corrente total do circuito principal

Define-se então o factor (poder) multiplicador do *shunt* como:

$$m = \frac{I_T}{I_{AMC}}$$

Consideremos que dispomo de um amperímetro com um alcance de  $200 \mu\text{A}$  e  $100 \Omega$  de resistência eléctrica, pretendemos implementar o alcance de  $2 \text{ mA}$ .

Através do factor multiplicador do *shunt*, podemos dimensionar a resistência de *shunt*:

$$m = \frac{I_T}{I_{AMC}} = \frac{2 \times 10^{-3}}{200 \times 10^{-6}} = 10$$

$$m = 1 + \frac{R_{AMC}}{R_S} \Leftrightarrow m - 1 = \frac{R_{AMC}}{R_S} \Leftrightarrow R_S = \frac{R_{AMC}}{m - 1}$$

$$R_S = \frac{100}{10 - 1} = \frac{100}{9} \approx 11 \Omega$$

### 3.2. Montagem de um Voltímetro

Obviamente que qualquer AMC pode ser um voltímetro, desde que a sua resistência interna seja conhecida. Se isso acontecer, para saber a tensão aos terminais do AMC basta multiplicar o valor da sua resistência interna pela corrente por si medida. Resta saber se a sua resistência interna não é demasiado baixa para ser utilizado como voltímetro, o que provocaria um elevado e indesejável efeito de carga. É isso que acontece na maioria das situações. O que se faz é adicionar resistências em série, de modo a, por um lado, obter o alcance desejado e, por outro, aumentar a resistência interna do voltímetro.

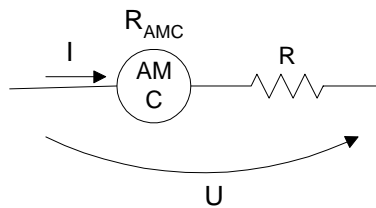


Figura 11: Montagem de um voltímetro

Neste caso, é também fácil chegar à relação entre a corrente e a tensão:

$$U = I \cdot (R_{AMC} + R) \Leftrightarrow \frac{U}{I} = R_{AMC} + R \Leftrightarrow R = \frac{U}{I} - R_{AMC}$$

Por exemplo, suponhamos que dispomos de um amperímetro com um alcance de  $20 \text{ mA}$  e pretendemos implementar um voltímetro com um alcance de  $20 \text{ V}$ .

Sabendo que a resistência interna do AMC é de  $20 \Omega$ , a resistência a colocar em série com o AMC pode calcular-se da seguinte forma:

$$R = \frac{U}{I} - R_{AMC} = \frac{20}{20 \times 10^{-3}} - 20 = 1000 - 20 = 980 \Omega$$

### 3.3. Montagem de um Ohmímetro

Uma resistência eléctrica pode ser medida indirectamente através da Lei de Ohm. Os ohmímetros, para determinar a resistência, inserem-na no seu próprio circuito, onde é conhecida a f.e.m. (de uma pilha, normalmente) e onde existe um AMC. Através da divisão da f.e.m. pela corrente sabe-se a resistência equivalente do circuito. Se se souber a topologia do circuito, é fácil determinar a resistência desconhecida.

Veja-se o caso de um ohmímetro série básico:

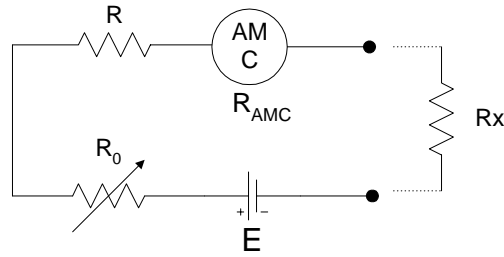


Figura 12: Montagem de um ohmímetro

A resistência variável  $R_0$  serve para fazer o “ajuste de zero” do ohmímetro. Esta operação implica curto-circuitar os terminais do ohmímetro ( $R_x = 0$ ), ajustando  $R_0$  de forma a que o ponteiro coincida com a marcação de 0, na escala do ohmímetro. Desta forma conseguem-se compensar (até um determinado ponto) os efeitos do envelhecimento da pilha, com a consequente variação da f.e.m.

Considerando a equação que rege esta malha:

$$E = I \cdot (R_{AMC} + R + R_0 + R_x)$$

Considerando  $R_{ohm}$  a resistência total dentro do ohmímetro

$$R_{ohm} = R_{AMC} + R + R_0$$

Fica a expressão mais simples

$$E = I \cdot (R_{ohm} + R_x)$$

Se  $R_x = 0 \Omega$  (curto-circuitar os terminais do ohmímetro), a corrente vai ser a corrente máxima admissível pelo AMC:

$$E = I_{max} \cdot R_{ohm} \Leftrightarrow \frac{E}{I_{max}} = R_{ohm}$$

Então,

$$E = I \cdot \left( \frac{E}{I_{max}} + R_x \right) \Leftrightarrow \frac{E}{I} = \frac{E}{I_{max}} + R_x \Leftrightarrow R_x = E \cdot \left( \frac{1}{I} - \frac{1}{I_{max}} \right)$$

Percebe-se facilmente que é uma relação não linear, o que se pode verificar graficamente na seguinte figura:

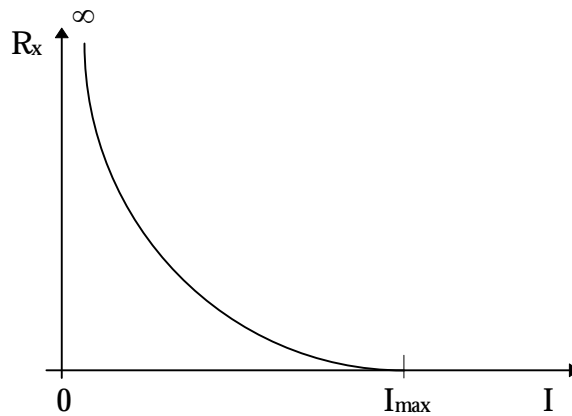


Figura 13: Relação entre a resistência medida e a corrente

Para uma corrente nula, o ohmímetro estará em circuito aberto (resistência infinita). Se curto-circuitarmos os terminais do ohmímetro, a corrente será a máxima, indicando uma resistência nula entre os seus terminais ( $R_x$ ).

Para percebermos como é que se executa a gradação da escala de um ohmímetro, vamos achar a relação entre a corrente que passa pelo AMC para uma dada resistência ( $I$ ) e a corrente máxima admissível no AMC ( $I_{max}$ ):

$$I_{max} = \frac{E}{R_{ohm}} \wedge I = \frac{E}{R_{ohm} + R_x} \Rightarrow \frac{I}{I_{max}} = \frac{\frac{E}{R_{ohm} + R_x}}{\frac{E}{R_{ohm}}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{I}{I_{max}} = \frac{R_{ohm}}{R_{ohm} + R_x}$$

Esta relação permite graduar a escala de resistência, pois o deslocamento ( $d$ ) do ponteiro é proporcional à corrente que passa no AMC ( $d = I / I_{max}$ ):

<b>R<sub>x</sub></b>	0	R <sub>ohm</sub> /3	R <sub>ohm</sub>	3.R <sub>ohm</sub>	7.R <sub>ohm</sub>	∞
<b>d</b>	1	3/4	1/2	1/4	1/8	0

O que pode ser visto no seguinte mostrador:

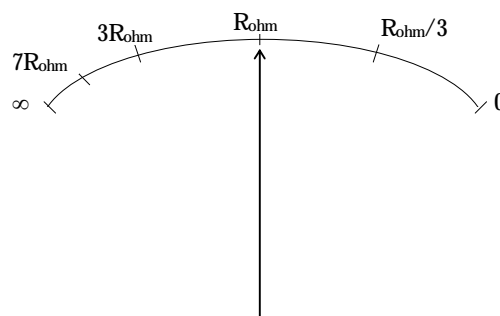


Figura 14: Gradação da escala de um ohmímetro

Os vários factores multiplicadores no caso dos ohmímetros analógicos (por exemplo:  $\times 1$ ,  $\times 10$ ,  $\times 100$ ), ou as várias escalas no caso dos ohmímetros digitais (por exemplo:  $200\ \Omega$ ,  $2\ \text{k}\Omega$ ,  $20\ \text{k}\Omega$ ) são conseguidos através da variação da resistência interna do ohmímetro. No caso do ohmímetro série descrito atrás, variando a resistência  $R$  poder-se-ão obter vários factores multiplicadores (através de um comutador que liga uma resistência para cada factor multiplicador).



## 4. MEDIÇÃO DE GRANDEZAS ALTERNADAS

Antes de descrever como se pode medir uma grandeza alternada sinusoidal, convém ter uma ideia clara das características de uma grandeza deste tipo.

### 4.1. Características de uma Grandeza Alternada Sinusoidal

#### Amplitude Máxima - $U_m$

Também designada por **valor máximo** ou **valor de pico**, a **amplitude máxima** é o valor instantâneo mais elevado atingido pela grandeza (tensão, corrente, f.e.m., etc.). Para as grandeza tensão e corrente, este valor pode ser representado pelos símbolos  $U_m$  e  $I_m$ . Podem considerar-se amplitudes máximas positivas e negativas:

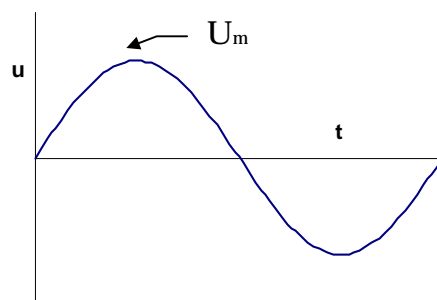


Figura 15: Amplitude máxima de uma tensão alternada sinusoidal

#### Valor Instantâneo - $u(t)$

O valor instantâneo de uma grandeza alternada sinusoidal -  $u$  - pode representar-se matematicamente em função do tempo -  $t$ :

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t)$$

em que  $\omega$  representa a velocidade angular (velocidade de rotação do alternador que gera a energia eléctrica alternada sinusoidal) e representa-se em radianos por segundo - **rad/s**. A relação entre a velocidade angular, a frequência e o período é a seguinte:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi / T$$

Se considerarmos um vector  $\underline{U}$ , de comprimento  $U_m$ , rodando à velocidade  $\omega$ , o valor instantâneo  $u$  será a projecção vertical desse vector:

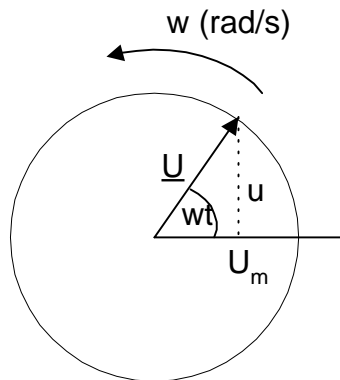


Figura 16: Valor instantâneo como projecção de vector em rotação

Efectivamente, podemos confirmar graficamente a relação matemática:

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t)$$

### Período - T e Frequência - f

Dado que a CA se repete periodicamente (ciclicamente), uma das características fundamentais é o valor do intervalo de tempo entre repetições (ou ciclos), ou seja, o **período** - **T**, cuja unidade é o **segundo** - **s**.

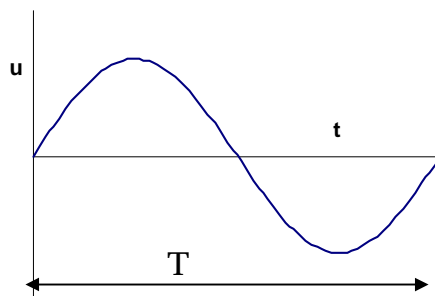


Figura 17: Tensão alternada sinusoidal

É comum utilizar-se uma outra característica da CA, directamente relacionada com o período - a **frequência** - **f**. Esta grandeza representa o número de ciclos que ocorre num segundo e a sua unidade é o **Hertz** - **Hz**.

A relação entre a frequência e o período é então:

$$f = \frac{1}{T}$$

Exemplo:

Em Portugal, a tensão (e a corrente) da rede pública têm uma frequência  $f = 50$  Hz, correspondendo a um período  $T = 20$  ms.

Quer isto dizer que a tensão de que dispomos nas tomadas de nossas casas descreve 50 ciclos num segundo, mudando de sentido 100 vezes por segundo.

Note-se que o período e a frequência são características comuns a todos os sinais periódicos, isto é, não se utilizam apenas em corrente alternada sinusoidal, mas também em sinais de outras formas (quadrada, triangular, digital, etc.).

Exemplo:

A frequência de um sinal de rádio modulado em frequência (FM) anda na ordem dos 100 MHz, descrevendo portanto 100 milhões de ciclos num segundo.

### Valor Médio - $U_{med}$

O valor médio de uma grandeza periódica define-se como:

$$U_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

Ora, no caso de  $u(t)$  ser uma grandeza alternada sinusoidal, o valor médio é obviamente nulo (área negativa do sinal é igual à área positiva do sinal). No entanto, é muitas vezes interessante o valor médio do sinal retificado (como se vai ver mais tarde).

### Valor Eficaz - $U$

O valor eficaz de uma grandeza alternada é o valor da grandeza contínua que, para uma dada resistência, produz, num dado tempo, o mesmo *Efeito de Joule* (calorífico) que a grandeza alternada considerada.

O valor eficaz é também conhecido como valor médio quadrático (RMS - *Root Mean Square*) e pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u(t))^2 dt}$$

Isto tem razão de ser pois a potência é proporcional ao quadrado da tensão, a menos de uma constante ( $P=U^2/R$ ), tanto em corrente contínua como em corrente alternada. Logo, faz sentido elevar  $u(t)$  ao quadrado e calcular a média durante um período do sinal.

No caso de grandezas alternadas sinusoidais, o valor eficaz é  $\sqrt{2}$  vezes menor que o valor máximo, independentemente da frequência (*Figura 18*):

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0.7 \times I_m \quad \text{e} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0.7 \times U_m$$

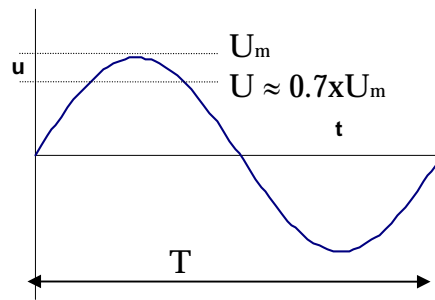


Figura 18: Valor eficaz de uma tensão alternada sinusoidal

### Exemplo:

Quando dizemos que a tensão da rede é de 230 V, estamos a indicar o seu valor eficaz. O valor máximo da tensão será:

$$U_m \approx 230 / 0.7 \approx 330 \text{ V}$$

Note-se que:

- O valor eficaz não é o mesmo que o valor médio aritmético.
- A relação de  $\sqrt{2}$  entre o valor máximo e o valor eficaz só se verifica para CA. Para outras formas de onda, a relação é diferente.
- O valor indicado pelos voltímetros e amperímetros na medição de tensões ou correntes alternadas sinusoidais é o valor eficaz.
- Quando é referido um dado valor de uma tensão ou corrente alternada, este será sempre um valor eficaz, salvo se outro for explicitamente mencionado.

Refira-se ainda que, em determinadas situações, o que interessa considerar é o valor máximo da grandeza e não o valor eficaz. No dimensionamento de isolamento eléctrico, por exemplo, deve considerar-se o valor máximo de tensão. O valor máximo admissível por um multímetro, por exemplo, poderá ser de 1100 V para CC e de 780 V para CA (porque um valor eficaz de 780 V corresponde a um valor de pico de 1100 V, aproximadamente).

## 4.2. Necessidade de Rectificação

Como a maior parte dos voltímetros e amperímetros (quer tenham princípio de funcionamento electromecânico ou puramente electrónico) dão uma indicação proporcional ao valor médio da corrente que os atravessa, se lhes aplicarmos uma grandeza alternada sinusoidal (cujo valor médio é nulo), o aparelho dará uma indicação de 0.

Então, para poder medir uma tensão ou corrente alternada sinusoidal o que é feito é obrigar que a corrente que percorre o medidor de corrente seja unidireccional. É para isso necessário rectificar a corrente alternada através da utilização de díodos - dispositivos semicondutores que só conduzem a corrente eléctrica num sentido.

A rectificação chama-se de onda completa quando ambas as alternâncias (positivas e negativas) do sinal sinusoidal são rectificadas. São neste caso necessários quatro díodos:

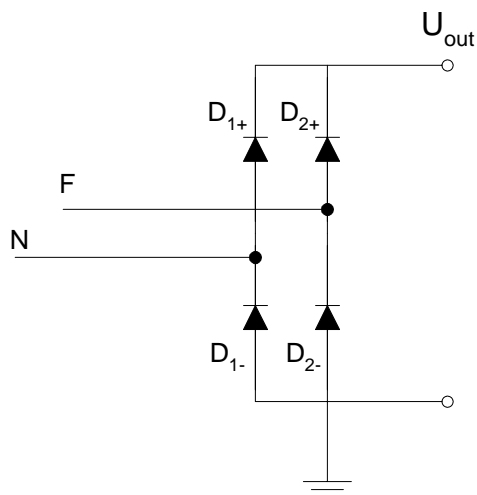


Figura 19: Rectificação de onda completa

O formato das tensões de entrada e de saída (o que vai ser efectivamente medidos) serão do tipo:

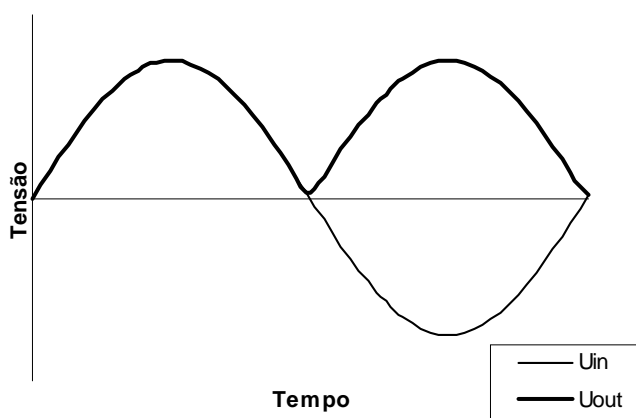


Figura 20: Formas da tensão de entrada e de saída

Se pretendermos que o instrumento seja percorrido apenas por meia onda apenas necessitamos de um díodo:

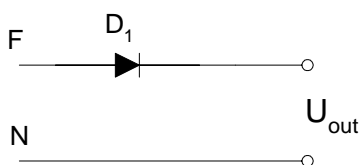


Figura 21: Rectificação monofásica de meia onda, não controlada

Sendo a forma do sinal de saída:

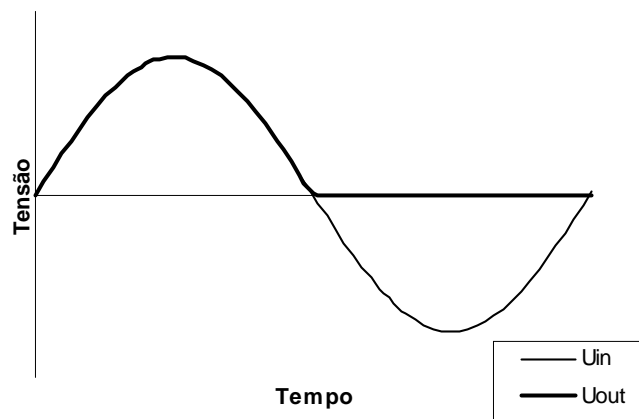


Figura 22: Formas da tensão de entrada e de saída

Atendendo às definições matemáticas de valor médio e de valor eficaz, este tipo de instrumentos “convencionais” (baseados na média) terão de determinar a tensão eficaz através da multiplicação do valor médio por uma certa quantidade:

- Na rectificação de onda completa:

$$U = 1,11.U_{med}$$

- Na rectificação de meia onda:

$$U = 2,22.U_{med}$$

*Nota: vamos verificar mais tarde estas relações.*

Obviamente que o valor indicado só estará correcto se o sinal for (puramente) sinusoidal. Tal como será demonstrado a seguir em ‘5. Multímetros de Verdadeiro Valor Eficaz (TRMS)’, se o sinal não for sinusoidal, o valor indicado representará apenas um valor proporcional ao valor médio desse sinal.

## 5. MULTÍMETROS DE VERDADEIRO VALOR EFICAZ (TRMS)

### 5.1. Necessidade

Um sinal alternado sinusoidal tem diversas características importantes, tais como o período e a frequência, a amplitude máxima (valor de pico), o valor pico-a-pico e o valor eficaz. Destas, o valor eficaz é sem dúvida a característica que maior número de vezes é necessário medir. Para este efeito, o instrumento mais utilizado, pela relação custo/benefício, é o multímetro.

Até ao aparecimento dos dispositivos semicondutores (diodos, transístores, tirístores, etc.) os circuitos eléctricos eram compostos exclusivamente por resistências, condensadores e bobinas. Estes componentes têm a propriedade de não deformar um sinal, ou seja, mantêm um sinal de intensidade de corrente sinusoidal desde que a tensão de alimentação também o seja. Por esta razão, estes componentes denominam-se de passivos ou lineares:

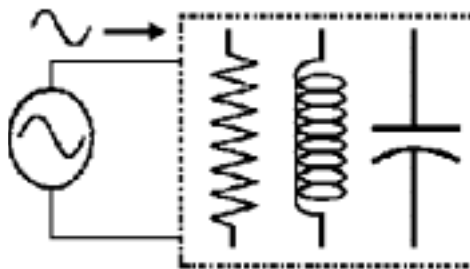


Figura 23: Circuito com componentes lineares (tensão e corrente sinusoidais) (Fluke, 1998)

Este é o caso dos aquecedores por resistência, dos motores de indução e das lâmpadas de incandescência (tungsténio)

Contudo, na maior parte dos sistemas eléctricos e electrónicos actuais, estão também incluídos outros componentes, tais como diodos, *triacs*, diodos *zener* e transístores que provocam que a tensão e a corrente não sejam sinusoidais em todos os pontos do circuito, mesmo que a tensão de alimentação o seja. Passamos então a ter componentes não lineares:

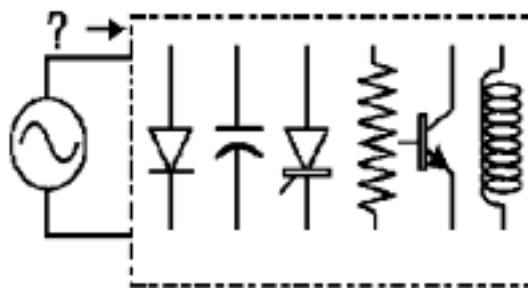


Figura 24: Circuito com componentes não lineares (tensão sinusoidal mas corrente não sinusoidal) (Fluke, 1998)

Os multímetros ditos “convencionais” baseiam-se na média dos valores de um sinal para calcular o valor eficaz desse sinal, sendo por isso concebidos para (e só para) sinais sinusoidais. Surgiu então um novo tipo de multímetros, denominados de multímetros de verdadeiro valor eficaz, ou em Inglês TRMS - *True Root Mean Square*. Estes, não se baseando na média para determinar o valor eficaz dos sinais, podem portanto ser utilizados para medir o valor eficaz de qualquer tipo de corrente ou tensão. Se tentarmos medir a corrente consumida por uma carga não linear sem um instrumento deste tipo, iremos quase garantidamente obter um valor eficaz errado.

Suponhamos que pretendíamos medir a corrente consumida por um computador (ou conjunto de computadores):



Figura 25: Computador (carga não linear) (Fluke, 1998)

Enquanto que a tensão de alimentação é sinusoidal (tensão da rede eléctrica), a corrente não o será, pois o computador comporta-se como uma carga não linear. Na figura seguinte, o mesmo multímetro (Multímetro gráfico *Fluke 867*) apresenta dois valores de corrente eficaz: o primeiro “verdadeiro” e o segundo “errado” (baseado na média):

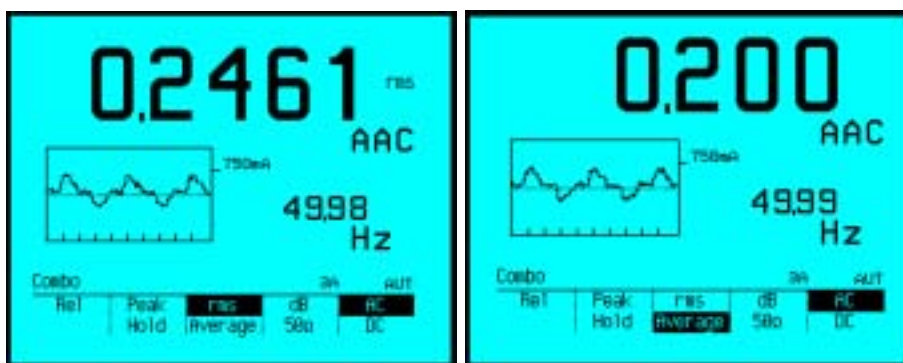


Figura 26: Valor eficaz “verdadeiro” e “errado” (baseado na média) (Fluke, 1998)

Como se pode ver, a forma do sinal de corrente não é sinusoidal, pelo que o seu valor eficaz calculado a partir da média vai diferir (18.4% menor) do verdadeiro valor eficaz.

Noutro exemplo, suponhamos que temos o seguinte sistema de controlo de velocidade de um motor:

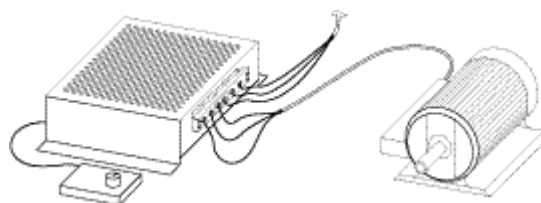


Figura 27: Controlo de velocidade de um motor (carga não linear) (Fluke, 1998)



Supondo que se mediu a corrente consumida utilizando duas pinças amperimétricas, uma “convencional” (baseada na média) e outra de verdadeiro valor eficaz, os resultados poderão ser tão dispares como os seguintes:



Figura 28: Pinça “convencional e de verdadeiro valor eficaz (Fluke, 1998)

## 5.2. Princípio de Funcionamento

O multímetros TRMS de verdadeiro valor eficaz podem ter quatro princípios de funcionamento:

- Instrumentos Electromagnéticos de Íman Móvel

Pode provar-se que os voltímetros e amperímetros electromagnéticos de íman móvel respondem ao quadrado do sinal, indicando por isso o seu verdadeiro valor eficaz (ou valor quadrático médio). Note-se que os instrumentos electromagnéticos de bobina móvel já não funcionam desta forma, respondendo ao valor médio do sinal, não indicando por isso o seu verdadeiro valor eficaz.

- Instrumentos Electrodinâmicos

Pode provar-se que os voltímetros e amperímetros electrodinâmicos respondem ao quadrado do sinal, indicando por isso o seu verdadeiro valor eficaz.

- Efeito térmico

A maior parte dos multímetros TRMS baseiam-se no efeito térmico para determinar o valor eficaz da grandeza (tensão ou corrente). Utilizam normalmente uma resistência que aquece proporcionalmente à tensão (ou corrente) aplicada e, por intermédio de um transdutor de temperatura (termopar, normalmente), conseguem determinar o valor eficaz da tensão ou corrente. No fundo, seguem a própria definição de valor eficaz de uma grandeza (efeito térmico):

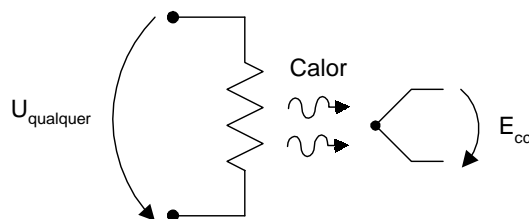


Figura 29: Medição de valor eficaz pelo efeito térmico

- Cálculo matemático

Em alguns multímetros e todos os osciloscópios de tecnologia digital (fazem amostragem do sinal analógico, codificando-os em linguagem binária), no entanto, o valor eficaz é determinado pelo cálculo matemático da média quadrática (e não pelo efeito térmico).

### 5.3. Verificação Matemática

Os multímetros “convencionais”, isto é, aqueles que se baseiam na média para determinar o valor eficaz de uma grandeza, apenas o fazem correctamente para sinais (tensão ou corrente) puramente sinusoidais.

Os multímetros de verdadeiro valor eficaz colmatam esta lacuna, permitindo medir correctamente o valor eficaz de uma tensão ou corrente de qualquer formato.

Vamos verificar este facto para diversos sinais: uma onda puramente sinusoidal, uma onda quadrada, uma onda sinusoidal cortada a 90° e uma onda triangular.

#### Sinal (Puramente) Sinusoidal

Recordemos que o valor instantâneo de uma grandeza alternada sinusoidal, uma tensão por exemplo, pode exprimir-se como:

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t)$$

em que  $U_m$  representa o valor máximo do sinal,  $\omega$  representa a velocidade e  $t$  representa o tempo.

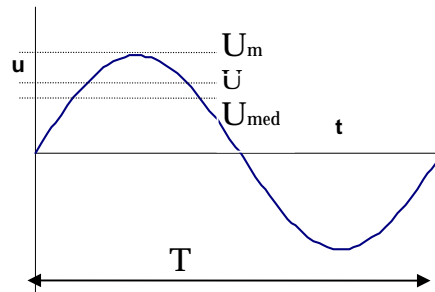


Figura 30: Tensão alternada sinusoidal e suas características

O valor eficaz de uma tensão representa o valor de tensão contínua que, para uma dada resistência, produz, num dado tempo, o mesmo *Efeito de Joule* (calorífico) que a tensão considerada. Dado que um valor eficaz (de tensão ou corrente) indica a potência do sinal, este pode ser calculado segundo uma média quadrática:

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (u(t))^2 dt \Rightarrow U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u(t))^2 dt}$$

Se a grandeza for alternada sinusoidal,

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (U_m \sin(\omega t))^2 dt$$

Considerando que,

$$\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t))$$

Fica,

$$\begin{aligned} U^2 &= \frac{U_m^2}{T} \cdot \int_0^T \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t)) dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_m^2}{T} \cdot \left( \int_0^T 1 \cdot dt - \int_0^T \cos(2\omega t) dt \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow U^2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{U_m^2}{T} \cdot \left( [t]_0^T - \left[ \frac{1}{2\omega} \cdot \sin(2\omega t) \right]_0^T \right) \Leftrightarrow U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_m^2}{T} \cdot T \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow U^2 &= \frac{U_m^2}{2} \Rightarrow U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

O valor médio de  $u(t)$  é obviamente nulo (o meio período positivo é igual ao meio período negativo), mas é frequente considerar a média de meio período,  $U_{med}$  (até porque os instrumentos “convencionais” rectificam a onda alternada, ficando apenas com componente positiva):

$$\begin{aligned} U_{med} &= \frac{1}{T/2} \cdot \int_0^{T/2} U_m \cdot \sin(\omega t) dt \Leftrightarrow U_{med} = U_m \cdot \frac{2}{T} \cdot \left[ \frac{-\cos(\omega t)}{\omega} \right]_0^{T/2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow U_{med} &= U_m \cdot \frac{2}{T} \cdot \left( \frac{-\cos(\omega T/2)}{\omega} - \frac{-\cos(0)}{\omega} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow U_{med} &= U_m \cdot \frac{2}{T} \cdot \left( \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega} \right) \Leftrightarrow U_{med} = U_m \cdot \frac{2}{T} \cdot \frac{2}{\omega} \end{aligned}$$

Como  $\omega = 2\pi/T$  fica,

$$U_{med} = U_m \cdot \frac{2}{T} \cdot \frac{2}{2\pi/T} \Leftrightarrow U_{med} = \frac{2}{\pi} \cdot U_m$$

Para um sinal sinusoidal, a relação entre o valor eficaz e o valor médio é então calculada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} U &= \frac{U_m}{\sqrt{2}} \wedge U_{med} = \frac{2}{\pi} \cdot U_m \Rightarrow U_{med} = \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow U &= \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{med} \Rightarrow U \approx 1,11 \times U_{med} \end{aligned}$$

Os multímetros “convencionais” baseiam-se na média para determinar o valor eficaz. Depois de rectificar o sinal de entrada, determinam a média correspondente ( $U_{med}$ ) e multiplicam esse valor por  $\pi / (2\sqrt{2}) \approx 1,11$  para obter e indicar o valor eficaz ( $U$ ).

Obviamente que a medição de valores eficazes com este tipo de instrumentos de medição (“convencionais”) apenas é correcta se a grandeza for (puramente) sinusoidal.

Vamos considerar vários casos para o demonstrar.

## Onda Quadrada

Suponhamos um sinal com o seguinte formato:

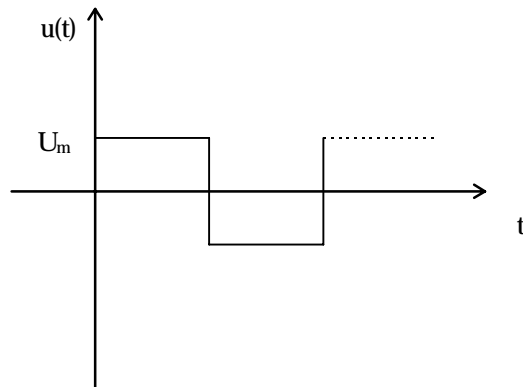


Figura 31: Onda quadrada

O valor eficaz pode calcular-se pela definição matemática:

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T U_m^2 dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^2}{T} \int_0^T dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^2}{T} \cdot T \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow U^2 = U_m^2 \Rightarrow U = U_m$$

Atendendo a que  $U_{med} = U_m$  (considerando o sinal rectificado),

$$U = U_{med}$$

Mas um voltímetro que se baseie na média indica

$$U_{volt} = 1,11 \times U_{med} = 111\% \times U_{med}$$

Mede portanto um valor **11% superior** ao real valor eficaz!

## Onda Triangular

Consideremos uma onda triangular tal como a da figura:

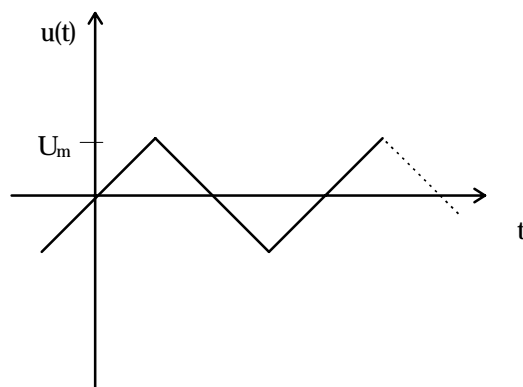


Figura 32: Onda triangular

Para determinar o valor eficaz, vamos considerar apenas  $\frac{1}{4}$  de período, para simplificar o cálculo. (A função a integrar é a equação da primeira recta):

$$\begin{aligned}
 U^2 &= \frac{1}{T/4} \int_0^{T/4} \left( \frac{1}{T/4} U_m \cdot t \right)^2 dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{4}{T} \int_0^{T/4} \frac{16}{T^2} U_m^2 \cdot t^2 \cdot dt \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow U^2 &= \frac{64}{T^3} \cdot U_m^2 \cdot \int_0^{T/4} t^2 \cdot dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{64}{T^3} \cdot U_m^2 \cdot \left[ \frac{t^3}{3} \right]_0^{T/4} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow U^2 &= \frac{64}{T^3} \cdot U_m^2 \cdot \frac{T^3}{3} \Leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^2}{3} \\
 \Leftrightarrow U &= \frac{U_m}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow U \approx 0,58 \times U_m \Leftrightarrow U \approx 58\% \times U_m
 \end{aligned}$$

Mas um voltímetro que se baseie na média e tendo em conta que a média do sinal triangular (rectificado) é

$$U_{med} = \frac{U_m}{2}$$

Tendo em conta o factor  $\pi / (2\sqrt{2})$ , o voltímetro convencional vai medir

$$\begin{aligned}
 U_{volt} &= \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{med} \Leftrightarrow U_{volt} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{U_m}{2} \Leftrightarrow U_{volt} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \cdot U_m \Rightarrow \\
 \Rightarrow U_{volt} &\approx 0,56 \times U_m \Leftrightarrow U_{volt} \approx 56\% \times U_m
 \end{aligned}$$

É fácil então determinar a relação entre o valor medido pelo voltímetro e o real valor eficaz:

$$\begin{aligned}
 \frac{U_{volt}}{U} &= \frac{\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot U_m}{\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot U_m} \Leftrightarrow \frac{U_{volt}}{U} = \frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{U_{volt}}{U} &\approx 0,96 \Leftrightarrow U_{volt} \approx 96\% \times U
 \end{aligned}$$

Isto quer dizer que o voltímetro “convencional” mede portanto um valor **4% inferior** ao valor eficaz real!

## Onda Sinusoidal Cortada a 90°

Tal como foi já referido, o controlo da potência transmitida a um receptor (lâmpada, motor) é muitas vezes feito, escolhendo o momento em que se aplica a tensão sinusoidal. “Disparando” o sinal sinusoidal mais cedo ou mais tarde, consegue-se transmitir mais ou menos potência, respectivamente. Na figura seguinte apresenta-se o caso do “disparo” a 90°, isto é, o sinal transmitido à carga ( $U_{out}$ ) tem exactamente metade da potência do sinal original ( $U_{in}$ ):

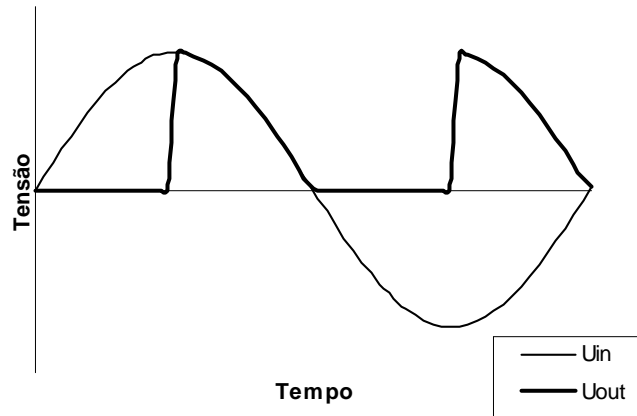


Figura 33: Onda sinusoidal cortada a 90°

O valor eficaz pode ser calculado considerando a extensão de tempo como igual a 1 período ( $T$ ) mas considerando os limites de integração meio período ( $T/2$ ), pois só 2/4 da onda são diferentes de 0:

$$\begin{aligned}
 U^2 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T/2} (U_m \cdot \sin(\omega t))^2 dt \Leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^2}{T} \cdot \int_0^{T/2} 1(1 - \cos(2\omega t)) dt \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow U^2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{U_m^2}{T} \cdot \left( \int_0^{T/2} 1 \cdot dt - \int_0^{T/2} \cos(2\omega t) dt \right) \Leftrightarrow U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_m^2}{T} \cdot \left( [t]_0^{T/2} - \left[ \frac{1}{2\omega} \cdot \sin(2\omega t) \right]_0^{T/2} \right) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow U^2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{U_m^2}{T} \cdot \frac{T}{2} \Leftrightarrow U^2 = \frac{U_m^2}{4} \Rightarrow U = \frac{U_m}{2}
 \end{aligned}$$

Tendo em conta que a média do sinal (rectificado) é metade do valor médio da sinusóide completa

$$U_{med} = \frac{U_m}{\pi}$$

Um voltímetro “convencional vai então medir

$$U_{volt} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{med} \Leftrightarrow U_{volt} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{U_m}{\pi} \Leftrightarrow U_{volt} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot U_m$$

A relação entre o valor medido pelo voltímetro e o real valor eficaz é então:

$$\frac{U_{volt}}{U} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot U_m}{\frac{1}{2} \cdot U_m} \Leftrightarrow \frac{U_{volt}}{U} = \frac{2}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{U_{volt}}{U} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{U_{volt}}{U} \approx 0,71 \Leftrightarrow U_{volt} \approx 71\% \times U$$

Isto quer dizer que o voltímetro “convencional” mede portanto um valor **29% inferior** ao valor eficaz real!

## 6. EFEITO DE CARGA DE UM AMPERÍMETRO E DE UM VOLTÍMETRO

Quando utilizamos um instrumento de medição para conhecer o valor de uma dada grandeza existente num sistema, pretendemos conhecê-la com o maior grau de exactidão possível, isto é, pretendemos que a medição se aproxime o mais possível do verdadeiro valor da grandeza que queremos medir.

A maior ou menor resistência interna de um aparelho de medição provoca a alteração involuntária do circuito onde este aparelho se vai inserir. Isto tem como consequência uma alteração do valor da grandeza que pretendemos medir. Chama-se a este fenómeno o **efeito de carga** do aparelho.

Para uma medição de tensão, o aparelho (a funcionar como **voltímetro**), ao estar ligado em paralelo com o componente, deverá ter, **idealmente**, uma **resistência interna infinita**, para que a corrente continue a fluir pelo componente, como se o voltímetro não existisse.

Quando pretendemos medir corrente, o facto de o **amperímetro** se ligar em série com o circuito implica que este deva ter, **idealmente**, uma **resistência interna nula**, de modo a que nele não ocorra nenhuma queda de potencial.

Obviamente que nenhum multímetro tem características ideais, dispondo de uma resistência interna não infinita (mas muito grande) como voltímetro e de uma resistência interna não nula (mas muito pequena) como amperímetro

### 6.1. Determinação da Resistência Interna

A determinação da resistência interna de um voltímetro ou de um amperímetro pode ser feita de duas maneiras:

- Recorrendo ao manual do aparelho
- Efectuando a medição com um ohmímetro

O segundo método é sem dúvida o mais indicado, já que não implica depender das especificações do fabricante que, normalmente, são apenas valores limite. Além disso, a variação de condições tais como a temperatura, a humidade, o envelhecimento de componentes, etc., faz com que as especificações do manual possam não ser as mais adequadas, favorecendo a utilização do segundo método (ohmímetro). É obviamente necessário dispor de um ohmímetro.

Se tivermos de recorrer ao manual (por inexistência de um ohmímetro) a resistência interna poderá ser determinada da seguinte forma:

- Voltímetro

Digital: a resistência é dada directamente. Exemplo típico: 10 M $\Omega$ .

Analógico: a resistência calcula-se através da relação  $R_V = S \times U_{FE}$ , em que S é a sensibilidade do voltímetro (característica que vem especificada no manual e normalmente no próprio mostrador) e  $U_{FE}$  é o alcance da escala utilizada. Exemplo: 20000  $\Omega/V$  em DC, 5000  $\Omega/V$  em AC, corresponde a uma resistência interna de 200 k $\Omega$  na escala de 10 V DC.



- Amperímetro (digital e analógico)

A resistência não é dada directamente. O que é fornecido é, para cada escala, a queda de tensão máxima (normalmente especificada no manual como *Voltage Drop* ou *Voltage Burden*) aos terminais do amperímetro. Como a queda de tensão máxima ocorre quando a corrente é maior, divide-se esta queda de tensão pelo valor máximo da escala, resultando na resistência interna do amperímetro (nessa escala). Exemplo: queda de tensão máxima de 600 mV na escala de 200 mA, corresponde a uma resistência interna de  $3 \Omega$  ( $600/200$ ).

Refira-se ainda que a resistência interna de um aparelho varia consoante a escala, pois a própria constituição (circuito) do aparelho se modifica, para satisfazer cada uma das escalas.

## 6.2. Exemplo do Efeito de Carga

O efeito de carga de um amperímetro e de um voltímetro pode ser estudado em termos genéricos, isto é, para qualquer dipolo (dois terminais de um circuito eléctrico), recorrendo por exemplo ao *Equivalente de Thévenin* (torna qualquer circuito linear num circuito constituído apenas por uma fonte de tensão em série com uma resistência) visto desse dipolo. Vai-se primeiro exemplificar o fenómeno do efeito de carga na medição de tensão e corrente aos terminais de uma resistência. Só depois é analisado o caso geral.

Supondo que pretendemos medir o valor de uma resistência eléctrica pelo método voltamperimétrico (medição da tensão e da corrente e aplicação da *Lei de Ohm*), vamos determinar quais os efeitos da utilização de instrumentos de medição (voltímetro e amperímetro) não ideais.

A figura seguinte apresenta dois esquemas de montagem possíveis, um chamado de curta-derivação (CD) e outro chamado de longa derivação (LD):

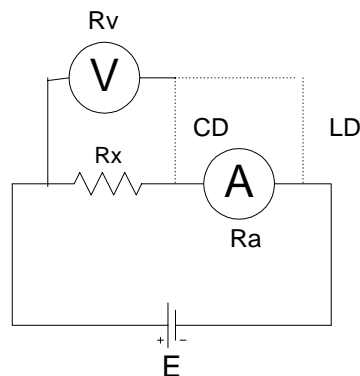


Figura 34: Método voltamperimétrico (montagens de longa e curta derivação)

### Montagem de Longa-Derivação (LD)

O voltímetro mede a queda de tensão na série formada pela resistência a medir ( $R_x$ ) e a resistência interna do amperímetro ( $R_a$ ). Sendo  $U_m$  e  $I_m$  os valores indicados respectivamente no voltímetro e no amperímetro, podemos escrever:

$$\text{Resultado bruto} \longrightarrow R_b = \frac{U_m}{I_m} = R_x + R_a$$

o que significa que o quociente das indicações dos aparelhos ( $U_m/I_m$ ), que é o resultado bruto da medição, não nos dá o valor da resistência  $R_x$  mas sim o valor da série de  $R_x$  com  $R_a$ .

O resultado bruto da medição terá um valor  $R_b \geq R_x$ , ou seja, o erro inerente ao método será sempre cometido por excesso.

Para obter o valor corrigido é necessário saber o valor da resistência interna do amperímetro (consultando o manual do aparelho ou, preferencialmente, medindo-a):

$$\text{Resultado corrigido} \longrightarrow R_x = \frac{U_m}{I_m} - R_a = R_b - R_a$$

É de notar que para um amperímetro ideal ( $R_a = 0 \Omega$ ),  $R_x = R_b$ .

### Montagem de Curta-Derivação (CD)

Neste caso, corrente medida no amperímetro é a soma da corrente que passa no voltímetro ( $R_v$ ) e a corrente que passa pela resistência a medir ( $R_x$ ).

A tensão medida pelo voltímetro ( $U_m$ ) é igual à corrente medida pelo amperímetro ( $I_m$ ) a multiplicar pela resistência equivalente do paralelo de  $R_x$  com  $R_v$ :

$$U_m = I_m \frac{R_v \cdot R_x}{R_v + R_x} \Leftrightarrow \frac{U_m}{I_m} = \frac{R_v \cdot R_x}{R_v + R_x} = R_b \quad \text{Resultado bruto}$$

O resultado bruto da medição terá um valor  $R_b \leq R_x$ , ou seja, o erro inerente ao método será sempre cometido por defeito. Para determinar o valor de  $R_x$  (corrigir o resultado bruto da medição), é necessário resolver a equação anterior em ordem a  $R_x$ , ficando:

$$\text{Resultado corrigido} \longrightarrow R_x = \frac{R_b}{1 - \frac{R_b}{R_v}}$$

É de notar que para um voltímetro ideal ( $R_v = \infty \Omega$ ),  $R_x = R_b$ .

## 6.3. Efeito de Carga em Termos Genéricos

### Efeito de Carga de um Amperímetro

Uma das maneiras de corrigir o efeito de carga provocado por um amperímetro, é determinar o circuito Equivalente de Thévenin, visto do bipolo (ou dipolo, significa dois pontos de um circuito) dos terminais do amperímetro:

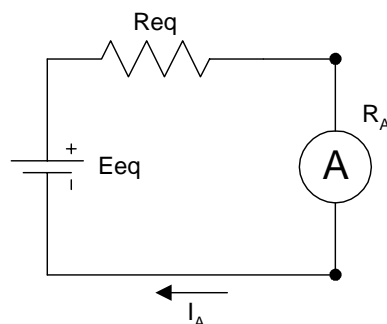


Figura 35: Efeito de carga de um amperímetro

Considerando  $I$  como a corrente que se mediria com um amperímetro ideal (com resistência nula), pode então determinar-se o efeito de carga do amperímetro da seguinte forma:

$$I_A = \frac{E_{eq}}{R_{eq} + R_A} \wedge I = \frac{E_{eq}}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{I}{I_A} = \frac{\frac{E_{eq}}{R_{eq}}}{\frac{E_{eq}}{R_{eq} + R_A}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{I}{I_A} = \frac{R_{eq} + R_A}{R_{eq}} \Leftrightarrow I = I_A \cdot \left(1 + \frac{R_A}{R_{eq}}\right)$$

Quer isto dizer que podemos corrigir o resultado bruto da medição ( $I_A$ ), de modo a obter a corrente em condições ideais ( $I$ ). Mas, para este efeito, necessitamos de conhecer a resistência do amperímetro ( $R_A$ ) e a resistência equivalente do circuito vista dos terminais do amperímetro ( $R_{eq}$ ).

Para determinar  $R_A$ :

1ª hipótese → mede-se (utilizando um ohmímetro, uma ponte de medição ou outro método de medição de resistência ou impedância).

2ª hipótese → determina-se a partir do manual do aparelho (especificações do fabricante), como foi já explicado.

Para determinar  $R_{eq}$ :

1ª hipótese → mede-se por qualquer método de medição de resistência ou impedância.

2ª hipótese → mede-se a tensão em circuito aberto do bipolo, considerando que o voltímetro tem uma resistência interna muito superior à resistência equivalente do circuito (não provoca efeito de carga) e depois determina-se a resistência equivalente pela expressão:

$$U_{ca} \approx E_{eq} = I_A \cdot (R_{eq} + R_A) \Leftrightarrow \frac{U_{ca}}{I_A} = R_{eq} + R_A \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_{eq} = \frac{U_{ca}}{I_A} - R_A$$

### Efeito de Carga de um Voltímetro

De forma análoga, para conhecer e corrigir o efeito de carga de um voltímetro, consideramos o circuito equivalente, visto dos terminais do voltímetro:

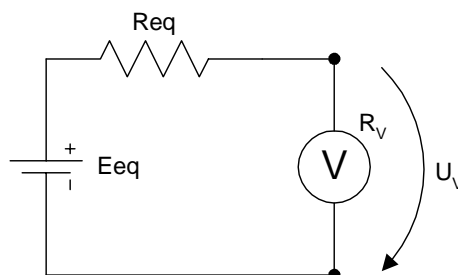


Figura 36: Efeito de carga de um voltrímetro

Considerando  $U$  como a tensão medida por um voltímetro ideal (com resistência interna infinita), o efeito de carga do voltímetro reflecte-se então da seguinte forma:

$$U_V = E_{eq} \cdot \frac{R_V}{R_{eq} + R_V} \wedge U = E_{eq} \Rightarrow U_V = U \cdot \frac{R_V}{R_{eq} + R_V} \Leftrightarrow$$

$$U = U_V \cdot \left(1 + \frac{R_{eq}}{R_V}\right)$$

Quer dizer que, tal como no amperímetro, podemos corrigir o resultado sabendo  $R_{eq}$  e  $R_V$ .

Para determinar  $R_V$ :

1ª hipótese → da mesma forma que a do amperímetro.

2ª hipótese → da mesma forma que a do amperímetro.

Para determinar  $R_{eq}$ :

1ª hipótese → da mesma forma que a do amperímetro.

2ª hipótese → aqui considera-se que se consegue medir a corrente de curto-circuito ( $I_{cc}$ ) do bipolo (com um amperímetro sem efeito de carga), determinando a resistência equivalente da seguinte forma:

$$R_{eq} \cdot I_{cc} = U_V \cdot \left(1 + \frac{R_{eq}}{R_V}\right) \Leftrightarrow R_{eq} \cdot I_{cc} = U_V + U_V \cdot \frac{R_{eq}}{R_V} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_{eq} \cdot I_{cc} - R_{eq} \cdot \frac{U_V}{R_V} = U_V \Leftrightarrow R_{eq} = \frac{U_V}{I_{cc} - \frac{U_V}{R_V}}$$

A determinação do efeito de carga em corrente alternada pode ser feita do mesmo modo, apenas se deve considerar que agora estamos a lidar com impedâncias, com parte resistiva, capacitiva e indutiva e não com resistências puras. Não pode portanto ser utilizado o ohmímetro para medir a resistência interna dos instrumentos, pois estes podem conter uma componente indutiva ou capacitiva.

## 7. INCERTEZA NA MEDIÇÃO...

Quando utilizamos um instrumento de medição para conhecer o valor de uma dada grandeza existente num sistema, pretendemos conhecê-la com o maior grau de exactidão possível, isto é, pretendemos que o valor medido se aproxime o mais possível do verdadeiro valor da grandeza que queremos medir.

Nos voltímetros e amperímetros, são duas as características que fazem que o valor medido de uma grandeza não seja igual ao seu verdadeiro valor:

- A resistência interna do aparelho (que provoca efeito de carga nos circuitos)
- A exactidão do aparelho (que provoca incerteza na medição)

Do efeito de carga dos voltímetros e dos amperímetros já falámos, pelo que vamos debruçar-nos na determinação da incerteza de medição.

Obviamente que um multímetro, tal como qualquer outro dispositivo de medição (um relógio, por exemplo), quanto maior exactidão tiver maior será o seu preço. Se aparelhos de utilização corrente (margem de erro de 1-3%), poderão custar menos de uma dezena de contos, quando pretendemos exactidão na ordem de 0.1% teremos de despender várias centenas de contos. Refira-se também que o preço de um multímetro é muito mais dependente da sua exactidão do que da quantidade de grandezas que ele consegue medir (tensão, corrente, resistência, capacidade, frequência, etc.).

O cálculo dos erros de medição nos aparelhos analógicos difere significativamente, devido à diferente construção dos dois tipos de aparelho.

### 7.1. ... nos Voltímetros e Amperímetros Digitais

Para compreender como se determina a incerteza de medição (majorante do erro de medição) inerentes à qualidade de medição de um multímetro digital, recorramos ao seguinte caso concreto.

Suponhamos que um determinado multímetro digital (DM25L - *Beckman Industrial*), na escala de 20 V DC (medição de tensões contínuas), apresenta uma exactidão (*accuracy*) de  $\pm (0.8\% \text{ RDG} + 1 \text{ dgt})$  e tem um *LCD* de 3½ dígitos. Pretende determinar-se o erro relativo (máximo) quando se efectuam as leituras de 1.00, 2.00, 5.00, 10.00 e 19.99 V.

*Nota: Embora nos manuais dos multímetros apareça o termo exactidão (accuracy), o termo correcto seria incerteza (uncertainty), dado que exactidão é uma medida qualitativa da qualidade do instrumento (a incerteza é uma medida quantitativa).*

O mostrador (*LCD - Liquid Cristal Display*) do multímetro, se tem 3½ dígitos, significa que é constituído por 3 dígitos de 7 segmentos e 1 dígito de 2 segmentos, sendo este último (o mais significativo) considerado como ½ dígito:

## 1.8.8.8

O mostrador deste aparelho pode apresentar um valor máximo de 1999. A posição do ponto decimal depende da escala escolhida, isto é, para a escala de 20 V DC, temos:

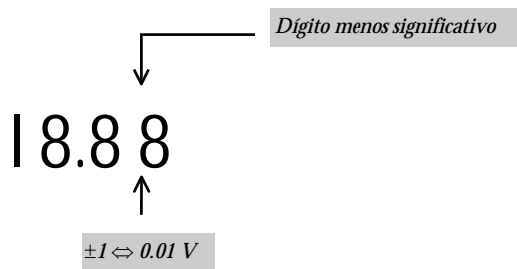
| 8.8 8

Na instrumentação digital os erros de medição podem calcular-se à custa da característica de exactidão que vem especificada nos respectivos manuais. Esta exactidão é normalmente apresentada em duas partes:

- Percentagem da leitura (*ReaDinG*) - erro relativo à medição
- Erro de resolução em número de unidades do dígito menos significativo (dgt) - erro absoluto independente do valor da medição

Enquanto que o primeiro se aplica directamente a cada medição efectuada, o segundo necessita de ser convertido para um erro absoluto. Isso é feito tendo em conta a posição do ponto decimal e as unidades da escala que se está a utilizar.

Para o caso em questão, dado um erro de resolução de  $\pm 1$  dígito menos significativo (mais à direita) e utilizando a escala de 20 V DC, teremos um erro absoluto de 0.01 V (em toda a escala):



Podem então apresentar-se os erros limite (incertezas) das diversas medições na forma de uma tabela:

Leitura (V)	RDG + dgt (%)	Erro Total (%)
1.00	$0.8\% + \frac{0.01}{1.00} \times 100\%$	1.8%
2.00	$0.8\% + \frac{0.01}{2.00} \times 100\%$	1.3%
5.00	$0.8\% + \frac{0.01}{5.00} \times 100\%$	1.0%
10.00	$0.8\% + \frac{0.01}{10.00} \times 100\%$	0.90%
19.99	$0.8\% + \frac{0.01}{19.99} \times 100\%$	0.85%

Valor >
Erro relativo <

*Tabela 1: Incerteza para diversos valores medidos*

Conclui-se portanto que para minimizar o erro (relativo), **devem escolher-se as escalas em que as leituras mais se aproximam do valor de fim de escala** (se o aparelho não dispuser de escolha automática de alcances).

## 7.2. ... nos Voltímetros e Amperímetros Analógicos

No caso dos amperímetros e voltímetros analógicos, uma das componentes da incerteza na medição é o **erro instrumental** e calcula-se a partir do **índice de classe** (ic) também conhecido como classe de exactidão:

$$ic = \frac{\delta}{V_{FE}} \times 100$$

em que  $\delta$  é o máximo erro absoluto cometido pelo aparelho em cada leitura, constante em toda a escala e  $V_{FE}$  é o valor do fim da escala utilizada (alcance).

Os fabricantes de instrumentos de medição analógicos definem um limite superior do erro absoluto (ou incerteza absoluta), que se admite ser constante ao longo de toda a a escala. Assim, os instrumentos de medição analógicos são classificados pelo número que representa o limite superior do erro absoluto instrumental, expresso em percentagem do valor de fim de escala.

Note-se que o cálculo do erro instrumental como **ohmímetro** não é feito a partir do índice de classe, diferindo de aparelho para aparelho, não sendo objecto de análise nesta disciplina.

É a seguir apresentado um exemplo de aplicação.

Num voltímetro analógico com um índice de classe de 0.5 (i.c.=0.5), efectuaram-se as seguintes leituras, utilizando-se a escala de 10V ( $U_{FE} = 10V$ ):

- a)  $U = 7.5V$
- b)  $U = 5.0V$
- c)  $U = 2.5V$

Calcule o erro relativo associado a cada uma das medições.

Resolução:

O erro absoluto é constante em toda a escala, isto é,

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{U_{FE} \times i.c.}{100} \wedge i.c. = 0.5 \wedge U_{FE} = 10 V \Rightarrow \\ \Rightarrow \delta &= \frac{10 \times 0.5}{100} = 0.050 V \end{aligned}$$

a)  $U_m = 7.5 V$

$$\varepsilon_R = \frac{\delta}{U_m} = \frac{0.050}{7.5} = 0.67\%$$

b)  $U_m = 5.0 V$

$$\varepsilon_R = \frac{\delta}{U_m} = \frac{0.050}{5.0} = 1.0\%$$

c)  $U_m = 2.5 V$

$$\varepsilon_R = \frac{\delta}{U_m} = \frac{0.050}{2.5} = 2.0\%$$

*O erro relativo cresce para valores menores da grandeza medida*

Conclui-se portanto que nos aparelhos de medida analógicos, **devem seleccionar-se as escalas que conduzam ao máximo desvio do ponteiro.**

Nos aparelhos analógicos, podem ainda considerar-se duas fontes de erro adicionais:

- Erro de paralaxe.
- Erro de leitura.

Ao realizar uma leitura num instrumento de medição analógico, o observador deve colocar-se bem em frente da escala, de forma a evitar os **erros de paralaxe**:

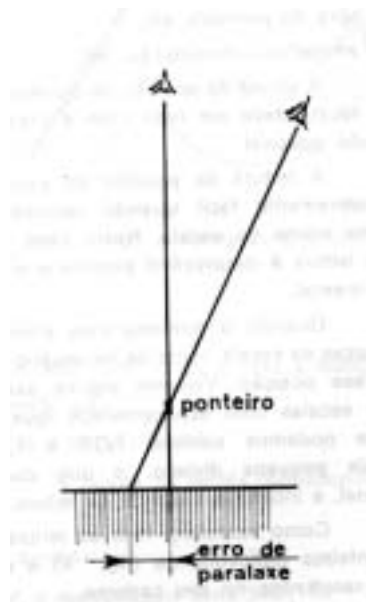


Figura 37: Erro de paralaxe ([Morais, 1987])

Erro de paralaxe é o erro que se comete ao observar a posição do ponteiro de forma oblíqua, dado que o ponteiro se encontra, necessariamente, a uma certa distância da superfície da escala. Em alguns instrumentos, nomeadamente os de maior exactidão (classes 0.1, 0.2 e 0.5), há um espelho ao longo da graduação da escala (Figura 38). Neste caso, a leitura só deve ser efectuada quando o ponteiro encobre a sua imagem dada pelo espelho.

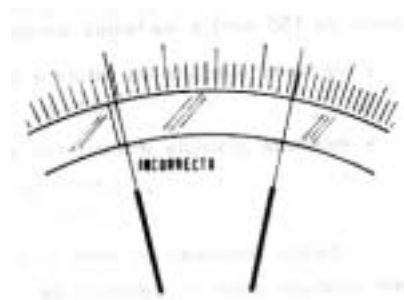


Figura 38: Instrumento analógico com espelho ([Morais, 1987])

Em alguns instrumentos, a extremidade do ponteiro que está sobre a escala tem a forma de lâmina (em posição vertical). Para evitar o erro de paralaxe, a leitura só deve ser efectuada quando não se vir qualquer face lateral dessa lâmina.

Numa dada medição, só por coincidência é que o ponteiro do aparelho coincide exactamente com uma divisão da escala. Torna-se então importante avaliar o **erro de leitura** cometido. Este erro depende essencialmente de:

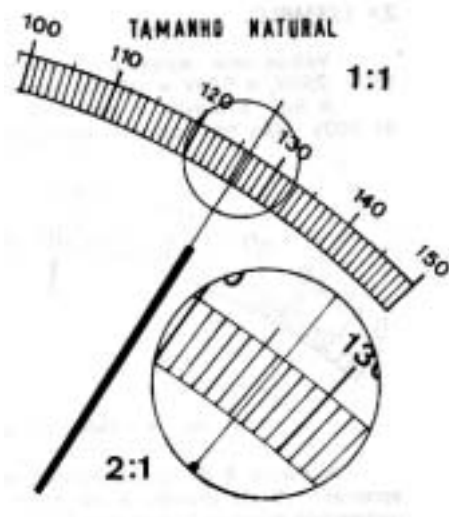
- Observador (treino, acuidade visual, etc.).



- Qualidade da graduação (comprimento e espessura das marcas da escala, espessura do ponteiro, etc.).
- Condições ambientes (iluminação, etc.).

Deve então considerar-se um erro absoluto de leitura igual a **metade do valor da menor divisão**, que representa o **máximo erro de leitura** que se pode cometer.

Por exemplo, o caso da Figura 39, deve considerar-se um erro de leitura de metade do valor da menor divisão, ou seja,  $\frac{1}{2}$  (pois cada divisão pequena vale uma unidade).



*Figura 39: Leitura de um valor num instrumento analógico ([Morais, 1987])*

O resultado da medição é então:

$$126,5 \pm 0,5$$

Isto é o mesmo que dizer que o observador só pode garantir que a leitura está entre 126 e 127.

## 8. MEDIÇÃO DE CORRENTES E TENSÕES ELEVADAS

### 8.1. Medição de Correntes Elevadas

Se necessitarmos de medir correntes a partir das dezenas de amperes, os multímetros (amperímetros) convencionais já não servem, pois normalmente só medem correntes até cerca de 10, 20 A. A medição de correntes “fortes” pode então ser efectuada segundo um de três métodos:

- usando um “*shunt*” de corrente;
- usando um transformador de intensidade;
- usando uma pinça amperimétrica (ou ponta de corrente);

#### “*Shunts*” de Corrente

Muitas vezes, em sistemas eléctricos industriais, recorre-se a “*shunts*” de corrente, de forma a medir correntes fortes com amperímetros “normais”:

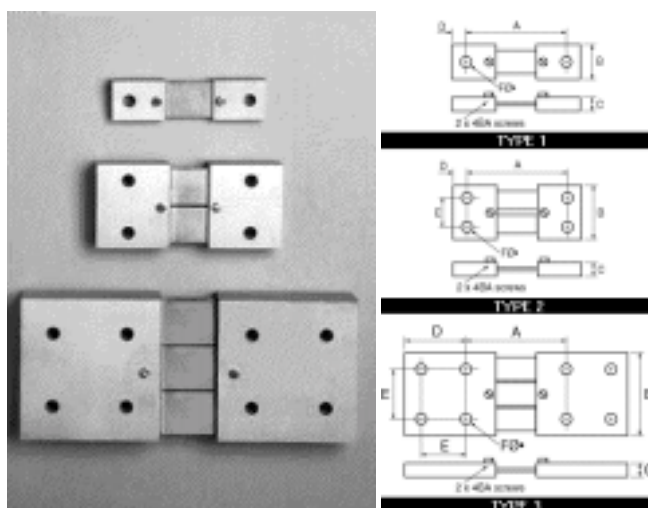


Figura 40: “*Shunts*” de corrente ([Hobut, 1998])

Estes *shunts* montam-se em série com a linha em que se quer medir a corrente, tirando das extremidades do *shunt* as ligações para o amperímetro:



Figura 41: Amperímetro ligado “directamente” (esquerda) e através de um *shunt* (direita) ([Hobut, 1998])

## Transformadores de Intensidade

O transformador de intensidade dispõe de um núcleo ferromagnético (de forma circular) com um enrolamento (muitas espiras em série):

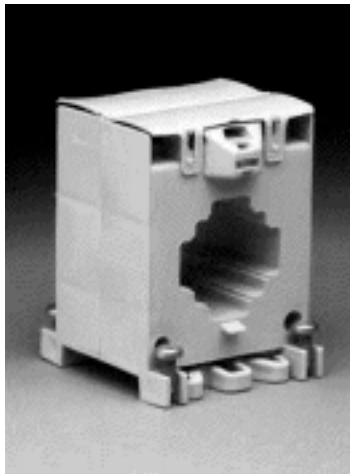


Figura 42: Transformador de intensidade ([Hobut, 1998])

A passagem de corrente eléctrica num condutor provoca o aparecimento de um campo magnético em redor desse condutor. A variação do campo magnético (gerado pela passagem da corrente num condutor) faz então induzir uma força electromotriz no enrolamento do transformador de intensidade, proporcional à corrente que percorre o condutor.

A figura seguinte mostra um amperímetro ligado “directamente” num circuito e um amperímetro ligado através de um transformador de intensidade:

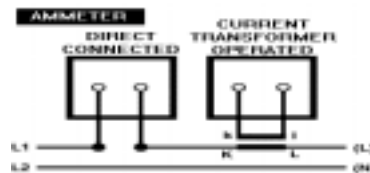


Figura 43: Amperímetro ligado “directamente” (esquerda) e através de um transformador de intensidade (direita) ([Hobut, 1998])

O transformador de intensidade apenas permite medir corrente alternada, pois se não houver variação do fluxo magnético produzido pelo condutor, não irá haver indução de força electromotriz no enrolamento. Se o condutor for percorrido por corrente contínua (constante), o transformador de intensidade irá dar um valor nulo!

## Pinças Amperimétricas

As pinças amperimétricas (ou pontas de corrente) são cada vez mais utilizadas em aplicações que exijam portabilidade do equipamento de medição. Os transformadores de intensidade e os shunts de corrente, pelo contrário, estão normalmente (e por razões óbvias) associados a instalações de medição fixas (que raramente sofrem alterações).

*Nota: Dado que nada é inserido no circuito (nem em série, nem em paralelo), as pontas de corrente têm um efeito de carga praticamente nulo.*

As pinças amperimétricas podem dividir-se fundamentalmente segundo duas características:

- indicação - com ou sem indicação (do valor da corrente);
- princípio de funcionamento - passivas ou activas.

Existem pinças amperimétricas de diferentes aspectos, mas todas partilham de uma característica comum, isto é, têm um dispositivo que abraça o condutor onde se quer medir a corrente:

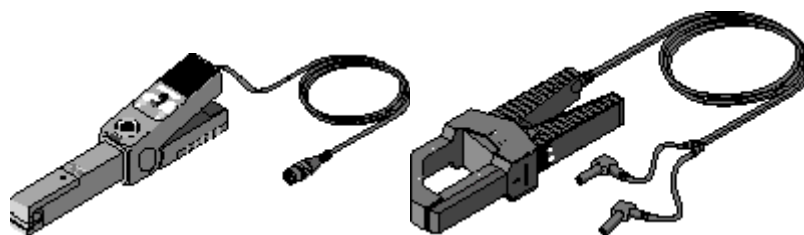


Figura 44: Pinças amperimétricas sem indicação ([Fluke, 1998])

As pinças amperimétricas da figura anterior não apresentam indicação (não se “vê” o valor da corrente). Disponibilizam no entanto uma saída em tensão (proporcional ao valor da corrente) que pode ser ligada a um voltímetro ou a um osciloscópio. No entanto, existem pinças amperimétricas com indicação:

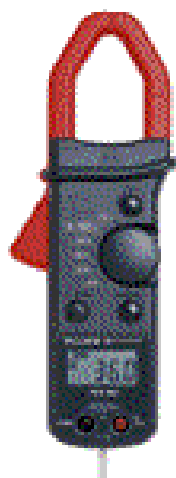


Figura 45: Pinça amperimétrica com indicação ([Fluke, 1998])

Quanto ao princípio de funcionamento, as **pontas de corrente passivas** (“tradicionais”) são as pontas que apenas medem corrente alternada. Estas utilizam um enrolamento que “transforma” a variação do campo electromagnético gerado pela corrente no condutor numa f.e.m. A gama de frequências habitual vai desde as centenas de Hertz até aos Giga Hertz.

Existem no entanto pontas de prova que medem desde correntes contínuas até frequências de 50 Mhz. Estas, as **pontas de corrente activas** (as da Figura 44 são pontas de corrente activas), baseiam o seu funcionamento no *Efeito Hall*. O *Efeito Hall* é utilizado para medir a intensidade de um campo magnético e é explicado a seguir.

Se um semicondutor percorrido por uma corrente for colocado no seio de um campo magnético e orientado de tal forma que esse campo magnético seja perpendicular à direcção dessa corrente, irá ser produzida uma f.e.m. na direcção perpendicular às direcções do campo e da corrente:

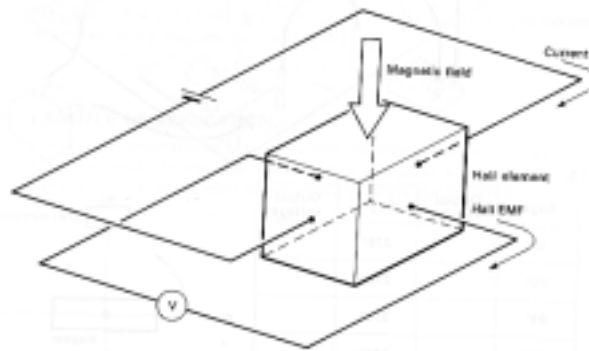


Figura 46: Princípio do Efeito Hall

O *Efeito Hall* é utilizado noutras aplicações, nomeadamente em algumas ignições electrónicas, fazendo o papel do antigo ruptor (platinados).

As pinças amperimétricas podem ser utilizadas em conjunto com outros instrumentos de medição, nomeadamente com multímetros, voltímetros, osciloscópios ou wattímetros:

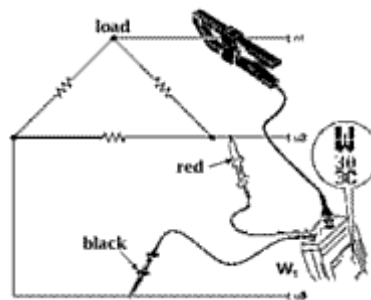


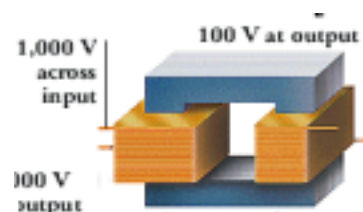
Figura 47: Pinça amperimétrica na medição de potência (Fluke, 1998)

Na figura anterior podemos ver a utilização de uma pinça amperimétrica na medição de potência.

## 8.2. Medição de Tensões Elevadas

### Transformadores de Tensão

Para medir tensões a partir de cerca de 1 kV, que é o valor máximo para a maior parte dos voltímetros (multímetros), necessitamos de utilizar transformadores (abaixadores) de tensão:



48: Transformador de tensão (1000 V para 100 V)

Em termos de ligação eléctrica, o transformador de tensão liga-se aos pontos em que pretendemos medir a diferença de potencial:

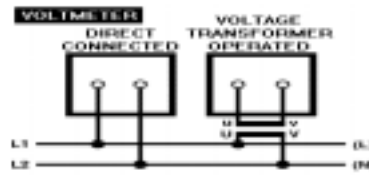


Figura 49: Voltímetro ligado “directamente” (esquerda) e através de um transformador de tensão (direita) ([Hobut, 1998])

Da mesma forma que o transformador de intensidade, o transformador de tensão apenas permite medir corrente alternada. Se aplicarmos uma tensão contínua ao primário, teremos uma força electromotriz nula no secundário..

## 9. SÍMBOLOS MAIS UTILIZADOS...

Existe um certo número de símbolos que aparecem nos instrumentos de medição que definem determinadas características do instrumento, nomeadamente características de funcionamento, metrológicas e de segurança. Explicam-se a seguir alguns dos símbolos mais utilizados nos multímetros.

### 9.1. ... para definir o princípio de funcionamento,

No caso dos multímetros cujo dispositivo indicador é um elemento electromecânico (vulgarmente conhecido por instrumento “analógico” ou “de ponteiro”), estes poderão ser dos tipos:

- Electromagnético de bobina móvel: a interacção entre o campo magnético do estator, gerado por um íman permanente, e o campo magnético do rotor, gerado por um electroíman percorrido pela corrente que se pretende medir, faz deslocar um ponteiro:

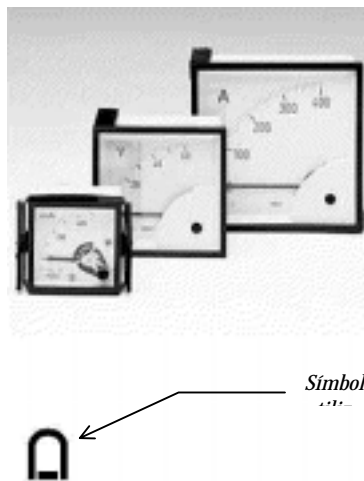


Figura 50: Voltímetro e amperímetros de bobina móvel (Hobut, 1998)

- Electromagnético de íman (ou ferro) móvel: o mesmo princípio, mas o íman (permanente) está no rotor e o electroíman está no estator:

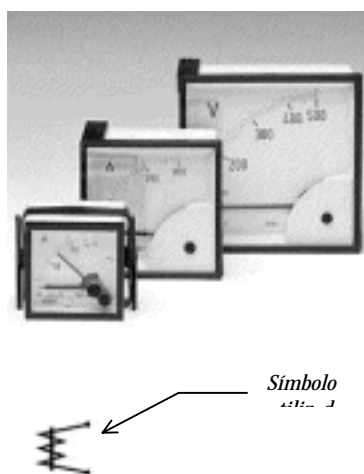


Figura 51: Voltímetro e amperímetros de íman (ou ferro) móvel (Hobut, 1998)

Este tipo de símbolos só se aplica nos multímetros analógicos (de tecnologia electromecânica), aparecendo (quase) sempre no mostrador do aparelho.

### 9.2. ... para definir o sistema de corrente,

Os seguintes símbolos definem se o instrumento está preparado para trabalhar em corrente contínua, alternada, nos dois sistemas, ou se o instrumento mede o verdadeiro valor eficaz:

---

—	Mede grandezas contínuas
~	Mede grandezas alternadas
— ~	Mede grandezas contínuas e alternadas
TRMS	Mede o verdadeiro valor eficaz ( <i>True Root Mean Square</i> )

---

Este tipo de símbolos aplica-se tanto nos multímetros analógicos como nos multímetros digitais, aparecendo sempre no mostrador ou na parte frontal do instrumento.

### 9.3. ... para definir a posição de trabalho,

Este tipo de símbolos só se aplica nos multímetros analógicos (de tecnologia electromecânica), aparecendo (quase) sempre no mostrador do aparelho.

---

⊙ a	Posição horizontal
⊥	Posição vertical
∠	Posição inclinada

---

### 9.4. ... para definir o ensaio do isolamento eléctrico,

Este tipo de símbolos só se aplica nos multímetros analógicos (de tecnologia electromecânica), aparecendo (quase) sempre no mostrador do aparelho.

---

☆	Ensaio de isolamento verificado de 500 V
☆ 2	Ensaio de isolamento verificado de 2 kV
☆ 0	Ensaio de isolamento não verificado

---



## 9.5. ... para definir a categoria de sobretensão,

O Instituto Electrotécnico Internacional (IEC) define várias categorias de sobretensão, que devem ser respeitadas:

- 
- |         |   |
|---------|---|
| CAT I   | Equipamento especial ou partes de equipamentos eléctricos ou electrónicos com pequenas sobretensões transitórias. |
| CAT II  | Electrodomésticos ou equipamento portátil.  |
| CAT III | Instalações fixas tendo em vista a distribuição e circuitos à entrada da manutenção eléctrica de edifícios.       |
- 

Antes de se efectuar qualquer medição numa fonte de energia eléctrica, verificar sempre se a categoria de sobretensão do multímetro é compatível com a categoria da fonte.

As categorias de sobretensão são atribuídas consoante a localização dos circuitos eléctricos:

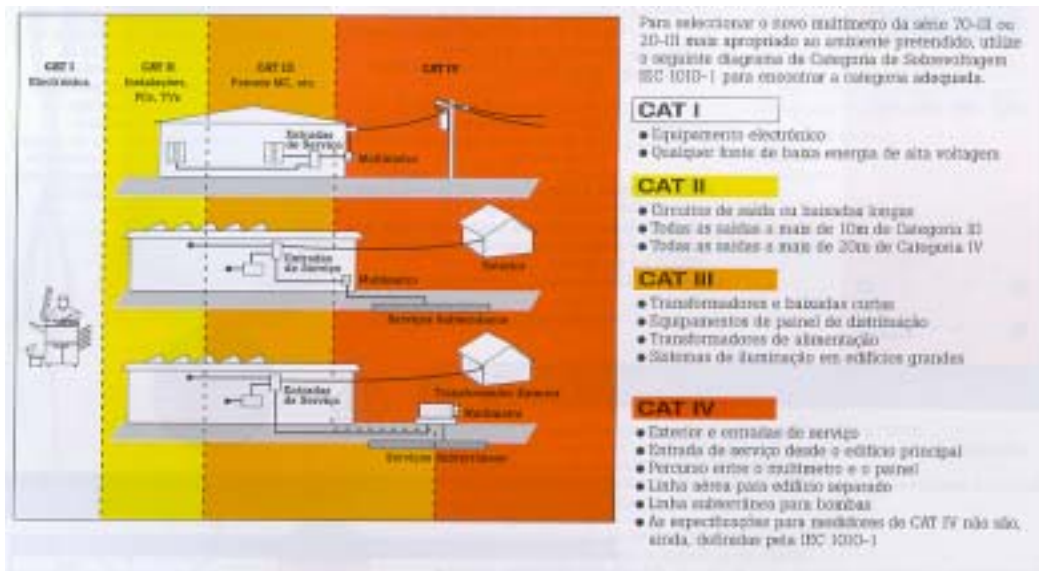


Figura 52: Categorias de sobretensão (Fluke, 1998a)

O que isto significa é que, quanto mais a montante do circuito eléctrico, isto é, quanto mais próximos estamos das altas tensões utilizadas no transporte e distribuição de energia eléctrica, maior é o risco de aparecerem sobretensões. Estas sobretensões, se aparecerem num momento em que estamos a efectuar uma medição, poderão provocar consequências catastróficas em pessoas e bens. Isto ocorre devido ao limite de isolamento da carcaça do aparelho.

Por exemplo, um multímetro que tenha as seguintes categorias de sobretensão: CAT I a 1500 V, CAT II a 1000 V e CAT III a 600 V, pode ser utilizado para medir tensões até 1500 V, se o equipamento estiver na primeira categoria, 1000 V se estivermos a medir em dispositivos da categoria dois e apenas 600 V se estivermos a efectuar medições em instalações fixas (quadros de entrada, tomadas, etc.).

Este tipo de símbolos aplica-se tanto nos multímetros analógicos como nos multímetros digitais, aparecendo normalmente apenas no manual de utilização do instrumento.

## 9.6. ... para definir a incerteza de medição,

Este tipo de símbolos só se aplica nos multímetros analógicos (de tecnologia electromecânica), aparecendo quase sempre no mostrador do aparelho (e sempre no manual de utilização do instrumento):

---

1,5	Classe de exactidão (ou índice de classe) do instrumento. Valores normalizados: 0,05 0,1 0,2 0,5 1,0 1,5 2,5 5,0.
1,5 DC	Classe de exactidão na medição de grandezas contínuas.
2,5 AC	Classe de exactidão na medição de grandezas alternadas.

---

## 9.7. ... para definir a resistência interna,

Este tipo de símbolos só se aplica nos multímetros analógicos (de tecnologia electromecânica), aparecendo quase sempre no mostrador do aparelho (e sempre no manual de utilização do instrumento):

---







20000 $\Omega/V$	Valor da sensibilidade como voltímetro.
20000 $\Omega/V$ DC	Valor da sensibilidade como voltímetro em CC.
5000 $\Omega/V$ AC	Valor da sensibilidade como voltímetro em CA.

---

## 9.8. ... para definir outras características

Este tipo de símbolos aplica-se tanto nos multímetros analógicos como nos multímetros digitais, aparecendo tanto no mostrador, como na parte frontal, como no manual de utilização do instrumento:

---

	Instrumento com blindagem magnética.
	Instrumento (ou terminal) protegido com fusível de protecção. No caso de um terminal, deverá estar referida a intensidade nominal do fusível.
	Instrumento com rectificação.
	Atenção: não tocar durante a utilização
	Atenção: não utilizar antes de consultar as instruções.
	(Referencial da) terra.

---



(Referencial da) massa do instrumento.

---

## 10. REFERÊNCIAS

- [IPQ, 1996] Instituto Português da Qualidade, *Vocabulário Internacional de Metrologia - Termos Fundamentais e Gerais*, 2ª Edição, ISBN 972-763-000-6, Junho de 1996. ✉
- [Instr, 1998] <http://www.instrument.com> 📖
- [Fluke, 1998] <http://www.fluke.com> 📖
- [IOTech, 1998] <http://www.iotech.com> 📖
- [Morais, 1987] Simões Morais, *Laboratório de Electricidade*, Porto Editora, 1987. 📖
- [Hobut, 1998] <http://www.hobut.co.uk> 📖
- [Fluke, 1998a] Fluke, *Catálogo de Ferramentas 1998/99*, 1998. ✉

✉ - do autor

📖 - disponível no ISEP